

# Jornadas de Automática

## Singularidades en Robots Paralelos: Detección y Evasión en Tiempo Real

Pulloquina, J. L.<sup>a,\*</sup>, Mata, V.<sup>b</sup>, Vallés, M.<sup>a</sup>, Valera, A.<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Dpto. de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universitat Politècnica de València, Camino de Vera, s/n, 46022 Valencia, España.

<sup>b</sup>Dpto. de Ingeniería Mecánica y de Materiales, Universitat Politècnica de València, Camino de Vera, s/n, 46022 Valencia, España.

**To cite this article:** Pulloquina, J. L., Mata, V., Vallés, M., Valera, A. 2024. Singularities in Parallel Robots: Real-Time Detection and Avoidance. *Jornadas de Automática*, 45. <https://doi.org/10.17979/ja-cea.2024.45.10792>

### Resumen

Gracias a su precisión y gran capacidad de carga, en la actualidad el uso de robots paralelos en aplicaciones de interacción humano-robot es habitual. No obstante, en su espacio de trabajo pueden aparecer configuraciones problemáticas (singularidades Tipo II) donde se pierde el control del robot, comprometiendo la seguridad y limitando las técnicas de control aplicables. En este artículo, se establecen criterios clave para la detección y evasión de singularidades Tipo II en tiempo real. De la misma forma, se presenta la implementación de un algoritmo de evasión de singularidades Tipo II con un control de fuerza-posición en un robot paralelo de 4 grados de libertad para rehabilitación de rodilla. El algoritmo de evasión detecta las singularidades Tipo II midiendo la posición del efector final e identificando los actuadores responsables de la singularidad. Los resultados obtenidos verifican la efectividad de los puntos clave propuestos en el desarrollo de aplicaciones de interacción humano-robot en tiempo real para rehabilitación física con robots paralelos.

**Palabras clave:** Robots manipuladores, Detección de singularidades, Algoritmos en tiempo real, Sistemas de control de movimiento, Tecnología de asistencia e ingeniería de rehabilitación, Diseño de Experimentos.

### Singularities in Parallel Robots: Real-Time Detection and Avoidance

#### Abstract

Due to their precision and high load capacity, the use of parallel robots in human-robot interaction applications is currently widespread. However, problematic configurations (Type II singularities) can arise within their workspace, leading to loss of control over the parallel robot, thereby compromising safety and limiting applicable control techniques. This article establishes key criteria for the real-time detection and avoidance of Type II singularities. Moreover, this article presents the implementation of a Type II singularity avoidance algorithm with force-position control on a 4-degree-of-freedom parallel robot designed for knee rehabilitation. The avoidance algorithm detects Type II singularities by measuring the end-effector's position and identifying the actuators responsible for the singularity. The obtained results verify the effectiveness of the proposed key criteria in developing real-time human-robot interaction applications for physical rehabilitation using parallel robots.

**Keywords:** Robots manipulators, Singularities Detection, Real-time algorithms, Motion Control Systems, Assistive technology and rehabilitation engineering, Experiment design.

## 1. Introducción

La robótica aplicada a la rehabilitación física ha experimentado avances significativos en las últimas décadas, mejorando la calidad y eficacia de los tratamientos clínicos (Zhou

et al., 2021). En rehabilitación de miembro inferior, los robots paralelos son una herramienta prometedora para la interacción con el ser humano debido a su precisión y alta capacidad de carga (Rastegarpanah et al., 2016; Dong et al., 2021). Sin embargo, dentro del espacio de trabajo de un robot paralelo (PR

por sus siglas en inglés) existen configuraciones conocidas como singularidades Tipo II donde el robot pierde el control de sus movimientos (Briot and Khalil, 2015). Así, las singularidades Tipo II representan un desafío importante, ya que pueden comprometer la seguridad del paciente y limitar las técnicas de control aplicables.

En la literatura se pueden encontrar diversas soluciones para las singularidades Tipo II, como la modificación de la arquitectura del PR (Wu et al., 2013), optimización del espacio de trabajo (Arakelian et al., 2008) o la planificación de trayectorias no singulares (Dash et al., 2005). Sin embargo, la resolución en tiempo real de este problema es mucho menos habitual. Por ejemplo, en (Agarwal et al., 2016) se ha implementado un control de prioridad de tareas para la evasión en línea de singularidades utilizando funciones potencial artificial. Sin embargo, este enfoque fue diseñado principalmente para el seguimiento de trayectorias predefinidas, lo que limita su aplicabilidad en tareas de rehabilitación donde la fuerza aplicada por el paciente puede modificar la trayectoria en tiempo real. Por lo tanto, existe una clara necesidad en el desarrollo de algoritmos en tiempo real para la evasión de singularidades, capaces de complementar técnicas de control de fuerza-posición.

El presente artículo presenta los puntos clave que se deben analizar para detectar singularidades Tipo II en tiempo real y desarrollar algoritmos de evasión de singularidades para integrarlos con técnicas de control de fuerza-posición, lo que ha permitido la implementación de un controlador de fuerza-posición capaz de evadir singularidades Tipo II para un PR de cuatro grados de libertad (GDL) para rehabilitación de miembro inferior. El algoritmo de evasión de singularidades mide la posición y orientación del PR para identificar el par de actuadores que provocan llegar a una singularidad, modificando su trayectoria en tiempo real para evitarla. Los resultados muestran que la aplicación de los puntos clave establecidos han permitido desarrollar un controlador de fuerza-posición que garantiza el control de los movimientos del PR de rehabilitación de rodilla, garantizando así la integridad del paciente en todo momento.

La Sección 2 presenta las singularidades que pueden aparecen en un PR y los principales métodos de detección existentes. La Sección 3 describe los puntos clave establecidos por este artículo para la detección y evasión de singularidades de Tipo II en tiempo real. La Sección 4 presenta el caso de estudio donde se han aplicado los puntos clave establecidos en la sección anterior. Finalmente, la Sección 5 presenta las principales conclusiones de la presente investigación.

## 2. Singularidades en robots paralelos

Los PRs son dispositivos que controlan la posición y orientación (pose) del efector final o plataforma móvil utilizando al menos dos cadenas cinemáticas abiertas (Briot and Khalil, 2015). La pose de la plataforma móvil se representa mediante el vector  $\vec{X}$  que incluye coordenadas de translación ( $x_p, y_p, z_p$ ) y rotación ( $\varphi, \theta, \psi$ ). Estas variables corresponden a los GDL permitidos en el efector final y están sujetas a las restricciones cinemáticas impuestas por las cadenas abiertas (Ceccarelli, 2022). Cada cadena cinemática abierta, también conocida como pata, consiste en eslabones unidos por ar-

ticulaciones. El movimiento relativo de translación o rotación entre los eslabones de una pata se describe mediante coordenadas generalizadas (Ceccarelli, 2022), denotadas como  $q_{ij}$ . La pose  $\vec{X}$  está controlada por un subconjunto de articulaciones activas o actuadas  $\vec{q}_{ind}$ . La estructura cinemática de un PR típicamente incluye elementos clave como el marco de referencia móvil  $\{P - X_p Y_p Z_p\}$  unido al efector final y el marco de referencia fijo  $\{O - X_0 Y_0 Z_0\}$  fijado a la base. La Figura 1 ilustra una representación esquemática de un PR y los elementos cinemáticos principales.

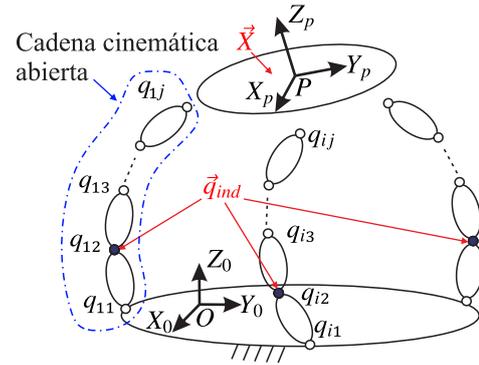


Figura 1: Esquema general de un PR y sus elementos cinemáticos principales. La pose del efector final y las articulaciones activas se muestran en rojo.

La relación entre las velocidades de salida y entrada se define como:

$$J_I \dot{\vec{q}}_{ind} + J_D \dot{\vec{X}} = \vec{0} \quad (1)$$

donde  $\dot{\vec{q}}_{ind}$  representa las velocidades en los actuadores,  $\dot{\vec{X}}$  representa las velocidades del efector final,  $J_I$  y  $J_D$  representan las matrices jacobianas inversa y directa, respectivamente. Para PRs no redundantes,  $J_I$  y  $J_D$  son matrices cuadradas  $F \times F$ , con  $F$  como los grados de libertad de la plataforma móvil.

Basándose en la deficiencia de rango de las matrices jacobianas, (Gosselin and Angeles, 1990) definieron tres tipos de singularidades:

- I La matriz  $J_I$  se vuelve singular, es decir, el determinante de  $J_I$  es cero ( $|J_I| = 0$ ). La plataforma móvil del PR pierde movilidad en al menos una dirección a pesar de no detener los actuadores ( $\dot{\vec{q}}_{ind} \neq \vec{0}$ ). La Figura 2a muestra un ejemplo de esta singularidad.
- II Aquí, el jacobiano  $J_D$  se vuelve singular ( $|J_D| = 0$ ). En este caso, a pesar de que todos los actuadores están bloqueados ( $\dot{\vec{q}}_{ind} = \vec{0}$ ), la plataforma móvil del PR experimenta al menos un movimiento incontrolable. En estas configuraciones, el robot se vuelve potencialmente peligroso para el usuario ya que, si se aplica una acción externa a la plataforma móvil, el PR se mueve sin control. La Figura 2b muestra una configuración de singularidad de Tipo II.
- III Tanto  $J_I$  como  $J_D$  se vuelven singulares simultáneamente. Esta configuración solo ocurre para parámetros geométricos específicos.

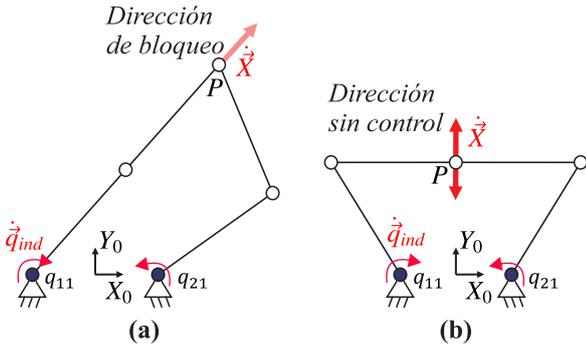


Figura 2: Mecanismo planar de cinco barras, o PR 5R (donde R representa una articulación de revolución) en una singularidad Tipo I (a) y II (b).

### 2.1. Métodos de detección de singularidades Tipo II

La presencia de una singularidad Tipo II disminuye el control de los movimientos de un PR, lo que hace esencial una detección precisa de la proximidad a esta configuración. Sin embargo, definir la distancia a una configuración singular en un PR real representa un desafío. (Voglewede and Ebert-Uphoff, 2005) evaluaron la proximidad a una singularidad de Tipo II mediante dos problemas de optimización restringidos: la velocidad mínima y las fuerzas máximas factibles que los actuadores transmiten. Por otro lado, en (Hubert and Merlet, 2009) midieron la proximidad a las singularidades de Tipo II calculando una región del espacio de trabajo donde, para una carga invariante, las fuerzas de los actuadores son inferiores a un cierto umbral. Aunque estos métodos previenen que el PR alcance una configuración singular, generalmente se aplican fuera de línea.

Por otro lado, en la literatura se puede comprobar que las singularidades de Tipo II pueden ser detectadas mediante métodos analíticos o geométricos. El cálculo de  $|J_D|$  ofrece un método analítico simple para detectar singularidades de este tipo. Sin embargo, la combinación de juntas rotativas y traslacionales produce una matriz  $J_D$  con unidades no homogéneas, lo que dificulta su interpretación. Además, no permite identificar las patas involucradas en la singularidad de Tipo II. Para robots espaciales, (Pulloquinga et al., 2021) propusieron detectar singularidades de Tipo II e identificar las patas involucradas en la singularidad mediante el mínimo ángulo entre los ejes instantáneos de giro del movimiento que contribuye dos patas distintas ( $min\Omega$ ).

### 3. Detección y evasión de singularidades Tipo II en tiempo real

Existen diversos índices numéricos que pueden detectar singularidades de Tipo II, como  $|J_D|$  o  $min\Omega$ , a partir de la pose actual del PR, pero hay que tener en cuenta que el error de posición y orientación ocasionado por los efectos no modelados como las holguras en articulaciones y las imprecisiones del mecanizado del robot tienen un comportamiento aleatorio, lo que puede provocar que se pierda el control de los movimientos del PR en regiones cercanas a una singularidad de Tipo II (Pulloquinga et al., 2021).

Por ello, una de las cuestiones clave para la detección de singularidades en tiempo real es poder medir de forma precisa la pose actual del PR. Actualmente existen varias alternativas

para poder obtener dicha pose de una forma muy precisa y rápida, como por ejemplo mediante los sistemas de rastreo tridimensional (3DTS por sus siglas en inglés) basado en cámaras de visión artificial y marcadores pasivos o activos.

Para asegurar en todo momento la seguridad del robot y de las personas que interactúan con él, es clave definir un límite experimental de cercanía a una singularidad de Tipo II que permita mantener el control del PR en todo momento. En (Pulloquinga, 2023) se propone un procedimiento experimental para definir el límite de cercanía para cualquier índice de detección de singularidades de Tipo II. El procedimiento empieza definiendo un conjunto de trayectorias que contengan singularidades y cubran los movimientos frecuentes del PR en estudio. Luego se ejecuta cada trayectoria en el PR real hasta que inicie la pérdida de control de sus movimientos. Posteriormente se calcula el límite experimental para la cercanía a una singularidad de Tipo II promediando el mínimo valor del índice de detección en análisis. A partir del límite de proximidad definido se genera un conjunto de trayectorias de verificación singulares y no singulares. El proceso finaliza, si al ejecutar las trayectorias de verificación no singulares el PR mantiene control de sus movimientos y únicamente pierde el control de sus movimientos durante la ejecución de las trayectorias de verificación singulares.

El tercer punto clave es la capacidad de detectar y evadir las singularidades de Tipo II dentro del tiempo de ejecución de las técnicas de control a complementar. Para ello se recomienda que la técnica de control que deseamos complementar con un algoritmo de evasión de singularidades Tipo II no tome más del 50 % del tiempo de muestreo de la unidad de control. En el desarrollo del algoritmo de evasión de singularidades se debe analizar que el tiempo de ejecución máximo sea del 40 % del tiempo de muestreo, dejando un 10 % del tiempo de muestreo libre para cambios y mejoras futuras.

Los criterios descritos para la detección y evasión de singularidades de Tipo II, están limitados a la previa definición del tiempo de muestreo y la técnica de control de acuerdo con las necesidades de la aplicación en la que se implementará el PR en estudio.

### 4. Caso de estudio: Robot 3UPS+RPU

Para poder analizar y validar los algoritmos que se proponen en este artículo se ha utilizado el robot denominado 3UPS+RPU. Se trata de un PR de 4 GDL construido para rehabilitación y diagnóstico de rodilla en la Universitat Politècnica de València (Valero et al., 2020). El nombre de este PR se debe a la configuración UPS de las articulaciones de las tres patas externas y la configuración RPU de la pata central. Las letras R, U, S y P representan las juntas revoluta, universal, esférica y prismática, respectivamente. Además, la junta activa es identificada por ”\_”. La Figura 3 muestra el prototipo del robot 3UPS+RPU y su representación cinemática simplificada.

Los 4 GDL del PR son dos movimientos de traslación ( $x_m, z_m$ ) en el plano tibiofemoral, una rotación ( $\psi$ ) alrededor del plano coronal y una rotación ( $\theta$ ) alrededor del plano tibiofemoral. Estos cuatro grados de libertad son controlados por cuatro actuadores lineales representados por  $q_{13}, q_{23}, q_{33}$  y  $q_{42}$ , ver Figura 3b. Los cuatro puntos que conectan las patas con la

plataforma fija ( $A_0, \dots, D_0$ ) se definen mediante las variables geométricas  $R_1, R_2, R_3, \beta_{FD}, \beta_{FI}$  y  $ds$ . Los cuatro puntos que conectan las patas con la plataforma móvil ( $A_1, B_1, C_1, O_m$ ) se establecen mediante las variables geométricas  $R_{m1}, R_{m2}, R_{m3}, \beta_{MD}$  y  $\beta_{MI}$ . Los parámetros geométricos en la plataforma fija se miden con respecto al sistema fijo  $\{O_f - X_f Y_f Z_f\}$  mientras que los parámetros en la plataforma móvil con respecto al sistema móvil  $\{O_m - X_m Y_m Z_m\}$ .

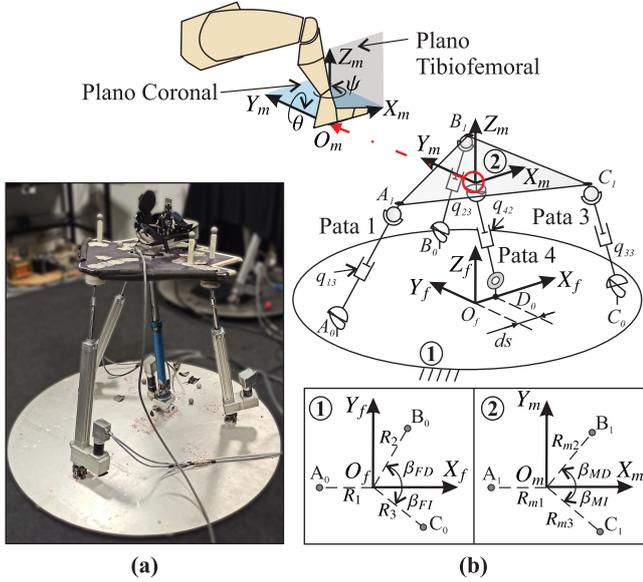


Figura 3: Robot 3UPS+RPU: (a) prototipo real; (b) esquema cinemático.

Para este robot se desarrolló una unidad de control basada en un ordenador industrial con un procesador Core i7 3.4 GHz con el sistema operativo Ubuntu 18.04.5 y el middleware de control de robots Robot Operating System (ROS2). Debido a que la pierna de un ser humano tiene un tiempo de reacción de 50ms aproximadamente, el tiempo de muestreo se establece en 10ms para que el robot 3UPS+RPU pueda realizar efectivamente rehabilitación de rodilla. Finalmente, la técnica de control a implementar es un control por admitancia en ROS2, con el fin de ejecutar ejercicios de rehabilitación activa. En un ejercicio de rehabilitación activa el paciente puede modificar la pose del robot, en función de la fuerza aplicada por la pierna, durante la ejecución de una trayectoria de rehabilitación definida.

#### 4.1. Control de admitancia

El controlador de admitancia tiene una arquitectura en cascada, donde el control de fuerza se lleva a cabo en el bucle externo, y el control de posición se lleva a cabo en el bucle interno Schumacher et al. (2019). El objetivo del controlador de fuerza es minimizar el error  $\vec{e}_F$  entre las fuerzas y momentos de referencia  $\vec{F}_r$  y las fuerzas y momentos ejercidas por el humano  $\vec{F}_c$  para los 6 GDLs del robot. El controlador minimiza  $\vec{e}_F$  modificando la trayectoria de referencia de la pose del efector final  $\vec{X}_r$ , de acuerdo con la expresión:

$$\vec{X}_a = \vec{X}_r + \vec{\Delta X} \quad (2)$$

donde  $\vec{X}_a$  representa la trayectoria generada por el control de fuerza y  $\vec{\Delta X}$  es la modificación en la pose del PR que se cal-

cula mediante un modelo dinámico de segundo orden (modelo de admitancia) usando  $\vec{e}_F$  como entrada.

Usando la transformada de Laplace,  $\vec{\Delta X}$  se define como:

$$\vec{\Delta X}(s) = \vec{e}_F(s)(K + Cs + Ms^2)^{-1} \quad (3)$$

donde  $M, C$  y  $K$  son matrices cuadradas que definen la masa, el coeficiente viscoso y la rigidez del sistema dinámico, respectivamente.

En el bucle de control del lazo interno, se establece cualquier técnica de control de posición que toma  $\vec{X}_a$  como punto de consigna.

El control de admitancia permite que si el usuario está ejerciendo fuerzas y momentos por debajo de la referencia solicitada,  $\vec{F}_c < \vec{F}_r$ , el robot se mueve hacia el usuario para incrementar las fuerzas y momentos aplicados. Por el contrario, si el usuario ejerce demasiado esfuerzo  $\vec{F}_c > \vec{F}_r$  el robot se aleja del usuario para disminuir las fuerzas y momentos ejercidos. La rapidez de respuesta y la sensibilidad del robot ante cambios en las fuerza y momentos se pueden variar modificando  $M, C$  y  $K$ . Se puede notar que el controlador de admitancia permite al usuario mover al robot a cualquier posición, sin discriminar si se trata de una configuración singular, haciéndolo peligroso para tareas de rehabilitación. Por ejemplo, durante la rehabilitación de rodilla, si el paciente flexiona la rodilla debido al dolor y el PR extiende la rodilla debido a la pérdida de control, eso podría lastimar la pierna del paciente. Por lo tanto, el controlador de admitancia convencional no es adecuado para tareas de rehabilitación robótica de miembros inferiores. En la siguiente sección se describe un controlador de admitancia complementado con un algoritmo de evasión de singularidades Tipo II que funciona en tiempo real.

#### 4.2. Control de admitancia con evasión de singularidades

El diagrama del controlador de admitancia complementado con el algoritmo de evasión de singularidades de Tipo II para el PR 3UPS+ RPU se muestra en la Figura 4.

Aprovechando la arquitectura en cascada de los controladores de admitancia convencionales, el lazo externo se divide en dos capas. La primera capa ejecuta el control de fuerza mediante el modelo de admitancia descrito en la Sección anterior, utilizando un sensor de fuerza/momento de seis ejes FTN-Delta de marca Schunk para medir las fuerzas y momentos de la pierna del paciente. En la segunda capa, el algoritmo de evasión de singularidades de Tipo II a partir de la pose alcanzada por el robot real  $\vec{X}_c$  calcula el  $\min\Omega$  para alterar la trayectoria de referencia  $\vec{X}_a$ . Mientras el índice  $\min\Omega$  sea mayor al umbral permitido para la cercanía a una singularidad  $\lim\Omega$ ,  $\vec{X}_a$  permanece sin modificaciones. Mediante la resolución de la cinemática inversa se calcula la referencia de posición para los actuadores  $\vec{q}_{ind_d}$  que se envía al bucle de control interno. Cuando  $\min\Omega < \lim\Omega$  el control de admitancia es desactivado temporalmente mediante la puesta de  $ext_{pin}$  a cero, mientras la trayectoria de los dos actuadores asociados a  $\min\Omega$  es modificada para evadir la singularidad de Tipo II. La trayectoria de los dos actuadores asociados a  $\min\Omega$  se modifica mediante una función de primer orden que en cada iteración busca maximizar el valor de  $\min\Omega$ . En la cercanía a una singularidad  $ext_{pin} = 0$  para deshabilitar el control de fuerza y evitar que el paciente perjudique involuntariamente el proceso de evasión

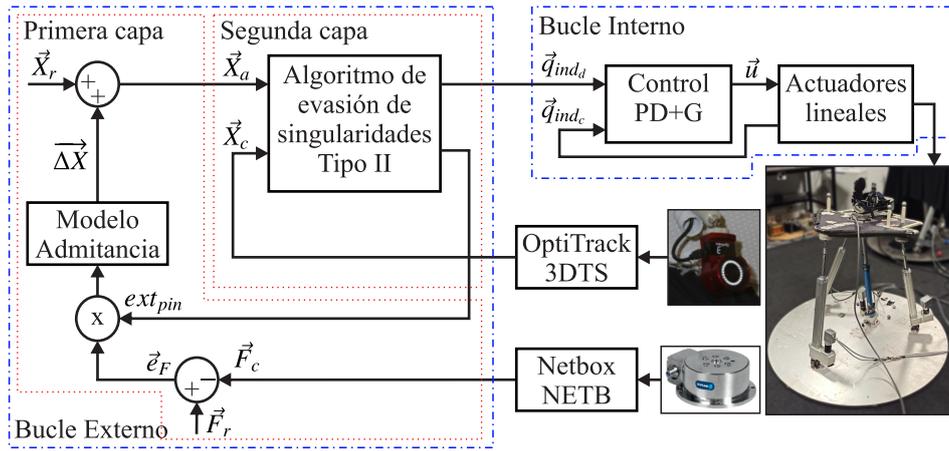


Figura 4: Diagrama de bloques del controlador de admittancia complementado con el algoritmo de evasión de singularidades de Tipo II.

de singularidades Tipo II. El control de fuerza se vuelve a conectar ( $ext_{pin} = 1$ ) tan pronto como el PR se aleja de la singularidad. El comportamiento abrupto de  $ext_{pin}$  no es percibido por el paciente debido a que cuando  $ext_{pin} = 0$ ,  $\Delta\vec{X}$  decrece progresivamente de acuerdo con el modelo de admittancia de segundo orden. De esta forma, se obtiene un mecanismo capaz de desactivar de forma progresiva la desviación  $\Delta\vec{X}$  introducida por el control de admittancia siguiendo la dinámica del paciente mediante la ganancia unitaria  $ext_{pin}$  que se hace 0 instantáneamente en las cercanías a una singularidad tipo II.

En el bucle de control interno, el seguimiento de  $\vec{q}_{ind_a}$  se alcanza mediante un control proporcional derivativo con compensación de la gravedad (PD+G) donde la retroalimentación  $\vec{q}_{ind_c}$  se obtiene desde encoders de cuadratura en modo diferencial embebidos en los actuadores lineales y  $\vec{u}$  representa las corrientes eléctricas aplicadas en los actuadores.

Considerando el primer punto clave para detección y evasión de singularidades Tipo II en tiempo real, se ha seleccionado un 3DTS redundante de diez cámaras Flex 13 de marca Optitrack. El sistema seleccionado es capaz de detectar múltiples PR con un tiempo de muestreo de 8,33 ms, lo que permite ejecutar sin problema el controlador de admittancia complementado con el algoritmo de evasión de singularidades de Tipo II que requiere un tiempo de muestreo de 10 ms.

El segundo punto clave referente con el límite de proximidad para las singularidades Tipo II se ha establecido mediante la ejecución de un conjunto de trayectorias que combinan tres movimientos fundamentales para rehabilitación de rodilla. Los movimientos considerados fundamentales para la rehabilitación de rodilla son: i) flexión de cadera, ii) flexión-extensión de rodilla y iii) rotación interna-externa de rodilla (Pulloquina et al., 2021). El límite de cercanía de singularidades  $lim_{\Omega}$  para el índice  $min_{\Omega}$  se establece en 2 grados

Finalmente, se ejecutan nueve pruebas del control de admittancia y posteriormente del algoritmo de evasión de singularidades para evaluar el coste computacional de cada uno por separado. El promedio del tiempo de ejecución del control de admittancia es 5,32 ms, mientras que el algoritmo de evasión de singularidades de Tipo II requiere 3,86 ms. Es decir que la técnica de control de admittancia consume el 53,2% del tiempo de muestreo, mientras que el algoritmo de evasión de singularidades Tipo II requiere 38,6% dejando libre el 8,2% del

tiempo de muestreo. El porcentaje libre del tiempo de muestreo permite implementar futuros cambios y mejoras del controlador.

### 4.3. Resultados experimentales

Para verificar la eficacia del controlador de admittancia complementado con el algoritmo de evasión de singularidades de Tipo II para el PR 3UPS+ RPU se ha posicionado el robot en la cercanía de una singularidad ( $min_{\Omega} = 2$ ) para luego ejecutar movimientos con un maniquí y posteriormente con una persona sin lesiones en la rodilla. En ambos casos, el controlador propuesto proporciona completo control del PR en todo momento, el paciente afirmó que durante los experimentos no pudo notar cambios durante la activación del evasor.

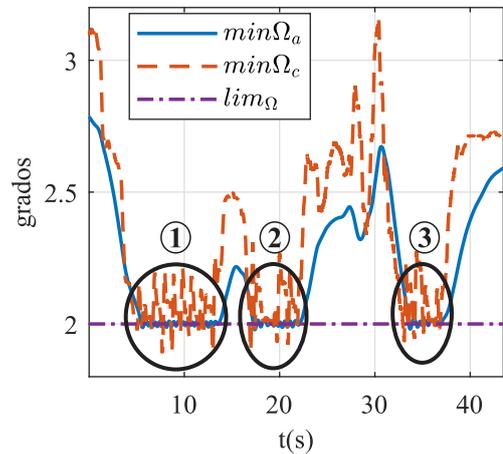


Figura 5: Índice  $min_{\Omega}$  durante las pruebas con el controlador de admittancia complementado con el algoritmo de evasión de singularidades. La señal  $min_{\Omega_a}$  representa el índice para la pose de referencia calculada por el controlador de fuerzas,  $min_{\Omega_c}$  es el índice para la pose actual del robot real y  $lim_{\Omega}$  representa el límite de proximidad a una singularidad Tipo II.

La Figura 5 muestra el comportamiento del índice  $min_{\Omega}$  durante las pruebas del controlador propuesto con la pierna de la persona sana. La señal  $min_{\Omega_a}$  representa el índice calculado en línea para la pose  $\vec{X}_a$  generada por el modelo de admittancia. La señal  $min_{\Omega_c}$  es el índice calculado a partir de la posición alcanzada por el robot real. En la Figura 5 se observa que  $min_{\Omega_c}$  no decrece por debajo del um-

bral de singularidades  $\lim_{\Omega}$  a pesar que el paciente intenta en tres ocasiones llevarlo a una posición singular. Las tres regiones encerradas en un círculo representan las ocasiones en el que el paciente intenta llevar al PR a una singularidad de Tipo II. La grabación de las pruebas del control de admitancia complementado con el evasor de singularidades de Tipo II utilizando un maniquí y una persona sana, están disponibles en [http://roboprop.ai2.upv.es/admittance\\_with\\_evader\\_vf/](http://roboprop.ai2.upv.es/admittance_with_evader_vf/) y [http://roboprop.ai2.upv.es/admittance\\_with\\_evader\\_pierna\\_humana\\_vf/](http://roboprop.ai2.upv.es/admittance_with_evader_pierna_humana_vf/).

## 5. Conclusiones

Cuando se trabaja con PRs es necesario asegurar en todo momento los movimientos que estos van a realizar. Esta premisa es especialmente crítica cuando se necesita una interacción humano-robot. En el caso de los PRs se puede perder el control si el robot alcanza una singularidad de Tipo II. Los puntos clave para la detección y evasión de singularidades Tipo II en tiempo real para complementar técnicas de control son:

1. Medir con precisión la posición actual del PR: Es crucial medir la pose actual del PR para poder anticipar la pérdida de control en los movimientos del efector final. Se recomienda el uso de 3DTS basados en cámaras porque proporcionan mediciones precisas de la pose del robot en pocos milisegundos.
2. Establecer el límite de cercanía a la singularidad: Para cualquier índice de detección de singularidades, definir correctamente el límite experimental de proximidad a una singularidad permite garantizar su correcta evasión. Se recomienda ajustar el límite utilizando los movimientos que desempeña con más frecuencia el PR en análisis.
3. Medir el costo computacional de la técnica de control: Si la ejecución de la técnica de control no excede el 50 % del tiempo de muestreo de la unidad de control, los algoritmos de evasión de singularidades pueden ejecutarse en el porcentaje restante, permitiendo respetar el tiempo de muestreo establecido para una aplicación específica.

Estos puntos clave se han tenido en cuenta para el desarrollo satisfactorio de un controlador de admitancia complementado con un evasor de singularidades de Tipo II para el PR 3UPS+RPU, utilizándose de forma satisfactoria para la realización de ejercicios de rehabilitación de miembro inferior. El controlador propuesto es capaz de regular la fuerza que está ejerciendo el paciente, evitando en todo momento que el robot caiga en una singularidad incluso aunque la interacción el paciente provoque que el PR se intente acercar a la singularidad.

Como trabajos futuros se está trabajando con el desarrollo de nuevas estrategias de control para el robot de rehabilitación de miembro inferior, como por ejemplo controladores de admitancia adaptativos que permitan identificar cambios en las necesidades de la pierna del paciente en rehabilitación.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido cofinanciado por la Agencia Estatal de Investigación del Ministerio de Ciencia e Innovación y el

Fondo Europeo de Desarrollo Regional (PID2021-125694OB-I00), así como por el programa Erasmus+ Cooperation partnerships in higher education (2022-1-ES01-KA220-HED-00089155).

## Referencias

- Agarwal, A., Nasa, C., Bandyopadhyay, S., 2016. Dynamic singularity avoidance for parallel manipulators using a task-priority based control scheme. *Mechanism and Machine Theory* 96, 107–126. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2015.07.013
- Arakelian, V., Briot, S., Glazunov, V., 9 2008. Increase of singularity-free zones in the workspace of parallel manipulators using mechanisms of variable structure. *Mechanism and Machine Theory* 43, 1129–1140. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2007.09.005
- Briot, S., Khalil, W., 2015. *Dynamics of Parallel Robots*, 1st Edition. Vol. 35. Springer International Publishing. DOI: 10.1007/978-3-319-19788-3
- Ceccarelli, M., 2022. *Fundamentals of Mechanics of Robotic Manipulation*. Springer International Publishing 112, 1–381. DOI: 10.1007/978-3-030-90848-5
- Dash, A. K., Chen, I.-M., Yeo, S. H., Yang, G., 7 2005. Workspace generation and planning singularity-free path for parallel manipulators. *Mechanism and Machine Theory* 40, 776–805. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2005.01.001
- Dong, M., Fan, W., Li, J., Zhou, X., Rong, X., Kong, Y., Zhou, Y., 6 2021. A New Ankle Robotic System Enabling Whole-Stage Compliance Rehabilitation Training. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 26, 1490–1500. DOI: 10.1109/TMECH.2020.3022165
- Gosselin, C., Angeles, J., jun 1990. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 6 (3), 281–290. DOI: 10.1109/70.56660
- Hubert, J., Merlet, J.-P., 2 2009. Static of Parallel Manipulators and Closeness to Singularity. *Journal of Mechanisms and Robotics* 1, 1–6. DOI: 10.1115/1.2961335
- Pulloquina, J. L., 5 2023. A new index for detecting and avoiding type ii singularities for the control of non-redundant parallel robots. Ph.D. thesis, Universitat Politècnica de València. DOI: 10.4995/THESIS/10251/194271
- Pulloquina, J. L., Mata, V., Valera, Á., Zamora-Ortiz, P., Díaz-Rodríguez, M., Zambrano, I., 4 2021. Experimental analysis of Type II singularities and assembly change points in a 3UPS+RPU parallel robot. *Mechanism and Machine Theory* 158. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.104242
- Rastegarpanah, A., Saadat, M., Borboni, A., 2016. Parallel Robot for Lower Limb Rehabilitation Exercises. *Applied Bionics and Biomechanics* 2016, 1–10. DOI: 10.1155/2016/8584735
- Schumacher, M., Wojtusich, J., Beckerle, P., von Stryk, O., 9 2019. An introductory review of active compliant control. *Robotics and Autonomous Systems* 119, 185–200. DOI: 10.1016/j.robot.2019.06.009
- Valero, F., Díaz-Rodríguez, M., Vallés, M., Besa, A., Bernabéu, E., Ángel Valera, 8 2020. Reconfiguration of a parallel kinematic manipulator with 2T2R motions for avoiding singularities through minimizing actuator forces. *Mechatronics* 69, 102382. DOI: 10.1016/j.mechatronics.2020.102382
- Voglewede, P., Ebert-Uphoff, I., 12 2005. Overarching framework for measuring closeness to singularities of parallel manipulators. *IEEE Transactions on Robotics* 21, 1037–1045. DOI: 10.1109/TR0.2005.855993
- Wu, J., Chen, X., Li, T., Wang, L., 2 2013. Optimal design of a 2-DOF parallel manipulator with actuation redundancy considering kinematics and natural frequency. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 29, 80–85. DOI: 10.1016/j.rcim.2012.07.005
- Zhou, J., Li, Z., Li, X., Wang, X., Song, R., 12 2021. Human–Robot Cooperation Control Based on Trajectory Deformation Algorithm for a Lower Limb Rehabilitation Robot. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 26, 3128–3138. DOI: 10.1109/TMECH.2021.3053562