

Jornadas de Automática

Compromiso entre amplificación del ruido y prestaciones en diseño de PID

Martín, José María, Sanchis, Roberto*

D. Ingeniería de Sistemas Industriales y Diseño, Universitat Jaume I. Campus de Riu Sec, 12075, Castellón, España.

To cite this article: Martín, José María, Sanchis, Roberto. 2025. Compromise between noise amplification and performance in PID design. *Jornadas de Automática*, 46. <https://doi.org/10.17979/ja-cea.2025.46.12170>

Resumen

Se analizan ideas para ayudar a elegir el compromiso correcto entre la amplificación del ruido y las prestaciones en controladores PID. Se utiliza un modelo de estructura fija, que caracteriza bien los sistemas sobreamortiguados, utilizando como parámetro principal la razón L/τ . La línea de ajuste para robustez fija se utiliza en el análisis. Se presenta una gráfica comparando los cambios relativos en amplificación del ruido y en prestaciones (IAE), referenciados al PI óptimo, mostrando algunas propiedades de esos cambios en función del proceso. Se presenta también una gráfica donde se muestran los cambios en amplificación del ruido y prestaciones (IAE), pero referenciados al controlador de amplificación 1, mostrando información clara de la fluctuación del actuador en función del controlador, y el efecto en la mejora de prestaciones. Se relaciona el valor L/τ con la selección del compromiso entre amplificación del ruido y prestaciones, y se proponen 3 diseños, considerando el modelo, el ruido de medida y la sensibilidad del actuador.

Palabras clave: Diseño de PID, Amplificación del ruido, Integral Absoluta del Error.

Compromise between noise amplification and performance in PID design.

Abstract

We discuss ideas to help select the correct trade-off between noise amplification and performance in PID controllers. A fixed-structure model, which characterizes overdamped systems well, is used, using the ratio L/τ as the main parameter. The fixed robustness tuning line is used in the analysis. A graph comparing the relative changes in noise amplification and performance (IAE), referenced to the optimal PI, is presented, showing some properties of these changes as a function of the process. A graph showing the changes in noise amplification and performance (IAE), but referenced to the controller with amplification 1, is also presented, clearly displaying the actuator fluctuation as a function of the controller, and the effect on performance improvement. The L/τ value is related to the selection of the trade-off between noise amplification and performance, and three designs are proposed, considering the model, the measurement noise, and the actuator sensitivity.

Keywords: PID design, Noise amplification, Absolute Integral of the Error.

1. Introducción

En el diseño de controladores PID, los tres factores fundamentales que hay que tener en cuenta son la robustez, las prestaciones, y la amplificación del ruido de medida. En (Astrom and T.Hagglund, 2006) se pueden ver diversos métodos de diseño de PID que tienen en cuenta esos factores de diversas

formas. En (H. Panagopoulos and T.Hagglund, 2002) se propone un método de diseño de PID basado en optimización con restricciones de un índice de prestaciones (la ganancia integral). La restricción utilizada es la robustez definida mediante el margen de sensibilidad, M_s .

En (Sanchis and Peñarrocha, 2024), se propone un método de diseño de PID que permite elegir la robustez deseada

* Autor para correspondencia: rsanchis@uji.es
Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)

(en términos de margen de fase y ganancia o en términos del máximo de la función de sensibilidad, M_s), y que permite de forma sencilla elegir el compromiso óptimo entre prestaciones (en términos de IAE u otros indicadores), y la amplificación del ruido de medida. Se basa también en una optimización de las prestaciones restringida a la robustez deseada, propuesta en (Sanchis et al., 2010), y utilizada también en (Romero et al., 2011). Se introduce el concepto de línea de ajuste para robustez fija, en la que cada punto representa un controlador. El compromiso entre prestaciones y amplificación del ruido se elige simplemente escogiendo un punto de esa línea de ajuste.

El mejor compromiso entre prestaciones y amplificación del ruido depende fundamentalmente de las características del ruido de medida y de la sensibilidad del actuador a fluctuaciones de alta frecuencia. Sin embargo, la relación entre prestaciones y amplificación del ruido depende en gran medida del modelo del sistema a controlar, por lo que la elección del diseño más adecuado para el PID depende también del sistema. En este trabajo se pretende investigar en la relación entre prestaciones y amplificación del ruido en función de las características del sistema a controlar. En (Sanchis and Peñarrocha, 2021) se propone utilizar un modelo genérico para sistemas sobreamortiguados que sirve de modelo intermedio para desarrollar un método de ajuste de controladores PI basados en la respuesta ante escalón. En (Sanchis and Peñarrocha, 2023) se extiende el diseño a controladores PID. Ese modelo genérico, es más complejo que el clásico modelo de primer orden más retardo, pues tiene tres polos reales además del retardo, aunque solo tiene un parámetro más en su definición. El parámetro más importante que define la dinámica de ese modelo es la razón entre el retardo equivalente y la principal constante de tiempo, L/τ .

En este trabajo se propone utilizar ese modelo genérico, y ese parámetro principal L/τ para analizar cómo varía la relación entre las prestaciones y la amplificación del ruido, en función del modelo, de forma que pueda servir de guía para elegir el controlador más adecuado para una aplicación. El artículo empieza con una descripción del problema general, después se analiza la variación relativa del IAE respecto de la variación relativa de la amplificación del ruido comparado con el PI óptimo. La variación del IAE en función de la amplificación del ruido absoluta se analiza después, para diversos valores de L/τ , proponiendo tres alternativas de diseño del PID según las características del sensor y actuador. Finalmente, algunos ejemplos de simulación muestran la aplicación de las propuestas, y la validez de las mismas para modelos sobreamortiguados arbitrarios.

2. Planteamiento del problema

La figura 1 muestra un bucle de control simple con un controlador PID.

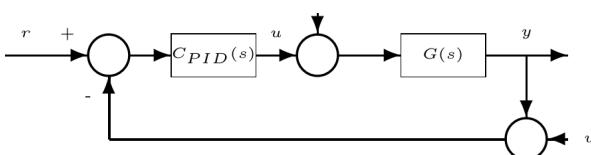


Figura 1: Bucle de control simple con PID.

El objetivo del controlador PID es lograr una robustez determinada, y un compromiso adecuado entre las prestaciones (por ejemplo la rapidez en el rechazo de perturbaciones) y la amplificación del ruido de medida. El PID se supone que incluye un filtro en la derivada, según la ecuación (1). El parámetro del filtro del derivador, N , es clave para buscar ese compromiso. Cuanto mayor es N , más rápido es el PID, pero también se amplifica más el ruido. En este trabajo suponemos un ruido blanco de medida de frecuencia infinita. En ese caso, para un controlador continuo, la amplificación del ruido se puede aproximar a la ganancia del controlador a frecuencia infinita, que es $K_p(1 + N)$.

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} \right) \quad (1)$$

Para analizar la relación entre la amplificación del ruido y las prestaciones en función del proceso, se propone utilizar el siguiente modelo, propuesto en (Sanchis and Peñarrocha, 2021), que permite aproximar el comportamiento de sistemas arbitrarios estables y sobreamortiguados:

$$G_{mod}(s) = K \frac{e^{-\alpha L s}}{(1 + \tau s)(1 + \frac{(1-\alpha)L}{2}s)^2} \quad (2)$$

Los parámetros que definen este modelo son, además de la ganancia K y la constante de tiempo principal, τ , el retardo total equivalente, L , y un parámetro (α) que define el reparto de ese retardo total entre retardo puro y dos polos reales adicionales. El parámetro que más influye en el comportamiento y en el PID diseñado es la razón L/τ . En este trabajo fijaremos el valor de $\alpha = 0,5$ para centrarnos únicamente en el efecto de la razón L/τ en el diseño del PID. Este modelo no puede representar de forma razonable a sistemas oscilatorios o de fase no mínima, por lo que los resultados del trabajo no de pueden aplicar a esos sistemas, para los que sería necesario utilizar un modelo genérico distinto.

2.1. Línea de ajuste para robustez fija

Para el diseño del PID se utilizará el método propuesto en (Sanchis and Peñarrocha, 2024), donde se introduce el concepto de línea de ajuste para robustez fija. En esa línea, cada punto representa un controlador. El centro de la línea es el controlador PI que optimiza las prestaciones (por ejemplo el IAE), cumpliendo la robustez requerida (por ejemplo el M_s). Los puntos a la izquierda son controladores PI más lentos que el óptimo, y que amplifican el ruido menos, con la misma robustez, obtenidos reduciendo la ganancia K_p y recalculando T_i para la misma robustez. Los puntos a la derecha son controladores PID con valor creciente del parámetro de filtro del derivador, N , pero de forma que cada PID es el que optimiza el IAE cumpliendo la robustez deseada. El compromiso entre prestaciones y amplificación del ruido se elige simplemente escogiendo un punto de esa línea de ajuste.

3. Variación relativa de la amplificación del ruido y del IAE en función de L/τ

Partiendo de la idea de la línea de ajuste, para analizar el efecto de la razón L/τ en el diseño del controlador se plantea utilizar como referencia el controlador PI que minimiza el

IAE, que es el punto central de dicha línea de ajuste. Ese PI óptimo depende en gran medida de L/τ . Con el fin de poder comparar sistemas con valores de L/τ distintos, se propone definir una gráfica con la variación relativa del IAE respecto del IAE del PI óptimo frente a la variación relativa de amplificación del ruido respecto de la amplificación del PI óptimo. Para ello se utiliza el modelo (2) con $K = 1$, $\tau = 1$ y $\alpha = 0,5$, y se fija una robustez definida por $M_s = 1,6$. La figura 2 muestra esta gráfica de variación relativa de IAE frente a variación relativa de amplificación del ruido, para distintos valores de $L/\tau \in [0,05, 5]$, con $M_s = 1,6$.

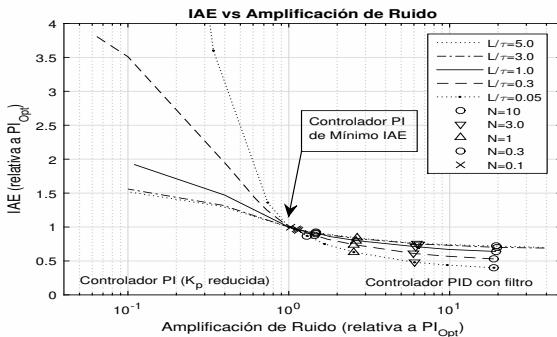


Figura 2: Variación relativa de IAE en función de la variación relativa de amplificación del ruido, para distintos valores de L/τ , para $M_s = 1,6$. El punto (1,1) corresponde al PI que minimiza el IAE.

La figura 3 muestra cómo la forma general de estas curvas es similar para distintos valores de M_s , por lo que el análisis realizado es extensible a otros valores de robustez.

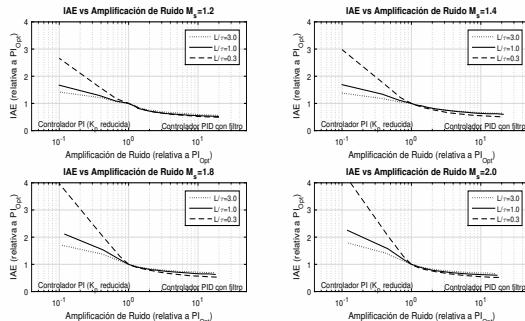


Figura 3: Variación relativa de IAE en función de la variación relativa de amplificación del ruido, para distintos valores de M_s y L/τ . El punto (1,1) corresponde al PI que minimiza el IAE.

En esta gráfica se pueden ver algunas cosas interesantes. En primer lugar, se observa que la máxima reducción del IAE respecto del PI óptimo ronda el 50 %, aunque depende algo de L/τ . La reducción es solo al 70 % del valor inicial para L/τ grandes, y al 40 % para L/τ pequeños. Esto nos indica que, en sistemas con mucho retardo, aumentar la amplificación del ruido incluso más de 20 veces solo permite mejorar las prestaciones un 30 %, por lo que en esos sistemas tiene mucho sentido quedarse con el PI óptimo, sin añadir derivador. En sistemas con L/τ medias o bajas, la mejora de prestaciones con el derivador son mayores, y puede tener más sentido utilizar un PID con el filtrado del derivador adecuado.

Por otra parte, en la zona de amplificación de ruido baja (a la izquierda del PI óptimo), se tienen controladores PI cada

vez más lentos, y que amplifican menos el ruido. Sin embargo, el comportamiento es muy diferente según el valor de L/τ . Para valores bajos, la pendiente es mucho mayor, lo que significa que la misma reducción de la amplificación del ruido tiene como efecto un aumento mucho mayor del IAE cuando L/τ es baja. Para sistemas con un valor de L/τ elevado, la pendiente es mucho menor. Por ejemplo, para una reducción de la amplificación del ruido del 50 %, la curva de L/τ altas indica que el IAE solo aumenta un 30 %, mientras que para L/τ muy bajos, el IAE se hace más del doble. La conclusión podría ser que cuanto mayor es L/τ , más sentido tiene elegir un controlador PI más lento que el óptimo en la búsqueda del compromiso entre amplificación del ruido y prestaciones.

El inconveniente de comparar variaciones relativas para utilizarlo como guía para escoger el diseño del PID que nos de el compromiso correcto entre amplificación del ruido y prestaciones, es que el comportamiento del actuador no depende de valores relativos, sino de la amplificación del ruido absoluta, que es la que determina la fluctuación del actuador. En ese sentido, los valores absolutos de amplificación del ruido para el PI óptimo, son mucho mayores para valores bajos de L/τ que para valores altos. Y lo contrario sucede con el IAE (es mucho menor para L/τ bajos). En la siguiente sección se analizará la variación de prestaciones respecto del valor absoluto de la amplificación del ruido.

4. Variación relativa del IAE en función de la amplificación del ruido absoluta, para distintos L/τ

Las figuras de la sección anterior dan información de la variación relativa de la amplificación del ruido respecto del PI óptimo. Sin embargo, para seleccionar el compromiso adecuado entre amplificación del ruido y prestaciones, la amplificación del ruido tiene que considerarse en valor absoluto, ya que define directamente cuál será la amplitud de la fluctuación de la acción de control provocada por el ruido, que al final, es uno de los factores clave en el diseño del PID.

Para valorar de forma más directa el efecto de la selección del controlador dentro la la línea de ajuste, se propone una gráfica que muestra la variación relativa del IAE frente a la amplificación del ruido absoluta. El punto de referencia elegido para definir las variaciones relativas de IAE ha sido el controlador que amplifica el ruido por 1. Teniendo en cuenta que la ganancia del proceso es 1 y suponiendo las unidades de entrada y salida en porcentaje, amplificación unitaria significa que la fluctuación del actuador es igual a la del sensor en porcentaje de su rango. En función del valor de L/τ del sistema, ese controlador que amplifica el ruido por 1 puede ser un PI o un PID con un filtrado N determinado. La figura 4 muestra cuánto cambia el IAE respecto de ese controlador, al cambiar la amplificación del ruido, lo que puede ayudar a tomar la decisión de qué punto de la línea de ajuste elegir.

Una cosa interesante es que el rango de puntos de la línea de ajuste que corresponde a unos valores de amplificación del ruido determinados depende mucho del valor de L/τ del sistema. Por ejemplo, si se considera como razonable en general una amplificación del ruido entre 0.2 y 10 para una aplicación real (obviamente, el valor adecuado en cada caso dependerá del tipo de actuador y del ruido del sensor), para sistemas con

L/τ muy bajos, este rango corresponde únicamente a controladores PI, mientras que para sistemas con L/τ muy grandes, puede corresponder solo a PID con diferentes valores de N . En casos intermedios el rango incluye tanto PI como PID, incluyendo el PI que minimiza el IAE dentro del rango aceptable.

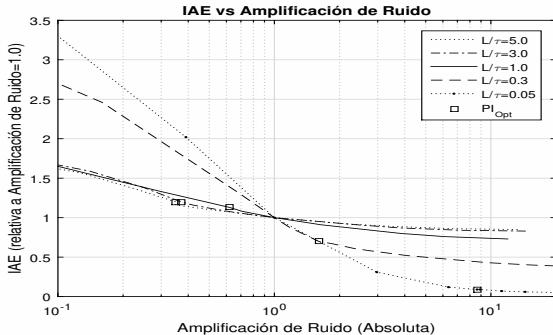


Figura 4: Variación relativa de IAE en función del valor absoluto de la amplificación del ruido, para distintos valores de L/τ . El punto (1,1) corresponde al controlador que amplifica el ruido por 1.

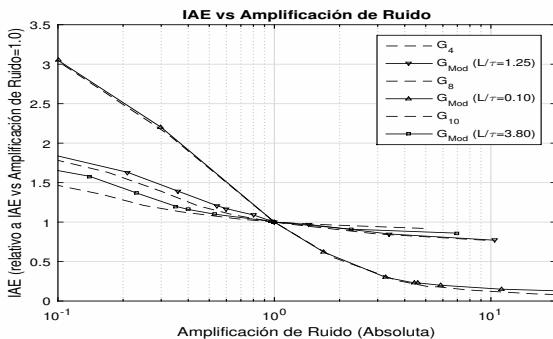


Figura 5: Variación relativa de IAE en función de la amplificación del ruido, para distintos sistemas y el modelo genérico con L/τ equivalente. El punto (1,1) corresponde al controlador que con amplificación 1.

El caso de sistemas con L/τ muy grande es paradigmático, ya que el PI óptimo produce una amplificación del ruido muy baja, pero utilizar un PID no mejora demasiado el IAE, por lo que en esos casos parece razonable escoger el PI óptimo. Sin embargo, como con ese PI la amplificación del ruido es muy baja, también sería lógico (si el actuador lo permite) elegir un PID aunque no mejore mucho las prestaciones, siempre que la amplificación del ruido no sea muy alta (alrededor de 1, por ejemplo). En todo caso, independientemente del actuador que se tenga, la amplificación del ruido siempre es mejor mantenerla en valores bajos que altos, por lo que la figura puede ayudar a escoger un diseño teniendo en cuenta si la posible mejora de prestaciones al aumentar la amplificación del ruido no es significativa, aunque la amplificación del ruido no sea excesiva.

Por otro lado, en sistemas con L/τ muy bajo (cercanos a dinámicas de primer orden), el PI óptimo ya amplifica el ruido mucho, por lo que lo razonable parece elegir un PI más lento que el óptimo, que amplifique menos el ruido. Sin embargo, en estos sistemas, el aumento relativo del IAE al reducir la amplificación del ruido es mucho más acusado que en los de L/τ elevadas, por lo que reducir la amplificación del ruido paga un

precio elevado en prestaciones relativas, aunque las prestaciones absolutas no son en realidad tan malas (el IAE no es tan alto) como en los casos de L/τ elevado.

La figura 5 muestra la aplicación del concepto anterior a tres modelos del batch de Astrom (que no se ajustan a la estructura de G_{mod}), para mostrar que los conceptos anteriores son de aplicación general para sistemas sobreamortiguados. La gráfica corresponde a $M_s = 1,6$, pero con otros valores de robustez la relación es similar.

5. Propuestas de diseño de PID

Teniendo en cuenta lo anterior, en esta sección se proponen 3 posibles diseños de PID, que corresponden a tres puntos de la línea de ajuste, y que pretenden representar 3 situaciones en relación al ruido de medida presente y a la sensibilidad del actuador a dicho ruido. El primer diseño representa un caso en el que hay un ruido importante y/o el actuador es muy sensible a las fluctuaciones (como una válvula, por ejemplo), por lo que se requiere una amplificación del ruido muy baja. El tercer diseño representa el caso contrario, en el que el sensor tiene muy poco ruido y el actuador no es nada sensible a las fluctuaciones (por ejemplo es un actuador de electrónica estática, sin partes móviles mecánicas). El segundo diseño representa una situación intermedia entre los dos extremos anteriores.

Una propuesta simple para definir esos tres diseños consiste en fijar la amplificación del ruido (por ejemplo 0.2 para el primer diseño, 2 para el segundo y 10 para el tercero). Sin embargo, eso no tendría en cuenta el efecto de esa selección en las prestaciones. En su lugar, planteamos definir esos tres diseños como una función de las características del proceso, y más concretamente del valor de L/τ , de forma que la amplificación del ruido de cada diseño dependa también de su efecto en el IAE. Por ejemplo, para el primer diseño, la amplificación del ruido puede estar entre 0.1 y 0.3, dependiendo de L/τ . Para el segundo diseño, podría estar entre 1 y 3, y para el tercer diseño, entre 8 y 12. El valor propuesto puede ser función de la pendiente de la curva IAE vs amplificación del ruido en esos intervalos. Si la pendiente es muy baja, propondríamos el valor más bajo de amplificación del intervalo, pues no supondría una merma importante en prestaciones. En cambio, si la pendiente es muy alta, propondríamos el valor más alto de amplificación del intervalo, para minimizar el incremento de IAE. Las curvas obtenidas en la sección anterior se han utilizado para proponer una función que defina los puntos en función de L/τ , siguiendo estas ideas.

$$A_{prop} = A_{inf} + (A_{sup} - A_{inf})e^{-k\frac{L}{\tau}}$$

donde A_{inf} y A_{sup} son los límites inferior y superior del intervalo propuesto de amplificación del ruido según las características del sensor y actuador. Para el caso donde el ruido es más crítico, tendríamos:

$$A_{low} = 0,1 + (0,3 - 0,1)e^{-\frac{L}{\tau}} \quad (3)$$

Para el caso donde el ruido no es importante (actuador sin partes móviles):

$$A_{high} = 8 + (12 - 8)e^{-4\frac{L}{\tau}} \quad (4)$$

Y para el caso intermedio:

$$A_{int} = 1 + (3 - 1)e^{-2\frac{L}{\tau}} \quad (5)$$

Estas funciones son una propuesta preliminar heurística, que será analizada con más detalle en trabajos futuros. Una vez seleccionada la amplificación del ruido requerida, el diseño se puede realizar de forma muy simple utilizando la aplicación desarrollada por el autor y descrita en (Sanchis and Peñarrocha, 2024), que está disponible en <https://sites.google.com/a/ujie.es/freepidtools/>. Para diseñar el PID, después de introducir el modelo del proceso y seleccionar la robustez deseada ($M_s = 1,6$ por ejemplo), la aplicación permite elegir un punto cualquiera de la línea de ajuste, desde PI muy lentos, pasando por el PI que minimiza el IAE, hasta PID óptimos con filtrado N crecientes, de forma que solo hay que elegir el punto en el que la amplificación del ruido es la deseada, pudiendo ser un PI o un PID con el filtrado adecuado.

En el caso de un sistema general, para aplicar la propuesta, es necesario estimar un valor de L/τ a partir de los parámetros del modelo. Proponemos usar la siguiente ecuación, que sirve únicamente para sistemas con polos reales:

$$\frac{L}{\tau} \approx \frac{D + \sum(\tau_i) - \frac{2}{3}\tau_{max} - \frac{1}{3}\sum\left(\frac{\tau_i^3}{\tau_{max}^2}\right)}{\frac{2}{3}\tau_{max} + \frac{1}{3}\sum\left(\frac{\tau_i^3}{\tau_{max}^2}\right)} \quad (6)$$

donde D es el retardo puro más la constante de tiempo del cerebro positivo (si lo hay), τ_{max} es la mayor constante de tiempo, y τ_i son el resto de constantes de tiempo del denominador. Esta ecuación ha sido obtenida a partir de un conocido conjunto de modelos propuesto por Astrom, calculando del valor de L/τ de cada modelo a partir de la respuesta ante escalón, siguiendo del procedimiento de (Sanchis and Peñarrocha, 2021), y ajustando después una función que aproxime los valores obtenidos en función de las constantes de tiempo del modelo.

6. Ejemplos

En esta sección se muestran algunos ejemplos de diseño de PID para sistemas sobreamortiguados de distintas dinámicas.

6.1. Ejemplo 1

Considérese el sistema

$$G_4(s) = \frac{1}{(s+1)^6} \quad (7)$$

Aplicando la ecuación (6) se obtiene un valor $L/\tau = 1,25$. Si suponemos que estamos ante un caso intermedio de amplificación del ruido, la ecuación (5) se obtiene una amplificación del ruido $A = 1,164$. Utilizando la herramienta de diseño de PID, con una robustez $M_s = 1,6$, para que la amplificación del ruido sea 1.164, se obtiene un controlador PID (más rápido que el PI óptimo): $K_p = 0,594829$, $T_i = 3,274893$, $T_d = 0,967449$, $N = 0,95$, con un $IAE = 5,59$. En cambio, si suponemos que el actuador es una válvula sensible a las fluctuaciones del ruido, y por tanto requerimos una amplificación pequeña, aplicando la ecuación (3) se obtiene una amplificación del ruido $A = 0,157$. Utilizando la herramienta de diseño de PID, para que la amplificación del ruido sea 0.157, se obtiene un controlador PI (más lento que el PI óptimo): $K_p = 0,157$, $T_i = 1,278$, con un $IAE = 9,64$. La figura 6 muestra la respuesta ante una

perturbación del 20 % en la acción de control, del controlador intermedio y del de baja amplificación. El ruido de medida es del 1 %. Se muestra la acción de control ampliada para ver la fluctuación provocada por el ruido de medida. El controlador de baja amplificación tiene una fluctuación muy baja, pero la respuesta ante perturbación es más lenta, como se esperaba.

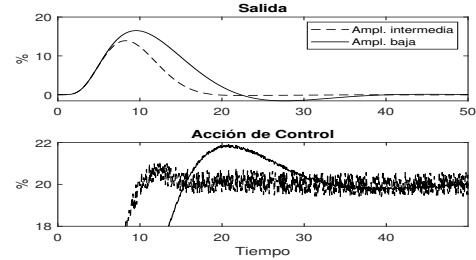


Figura 6: Respuesta ante perturbación y acción de control del sistema G_4 del ejemplo 1.

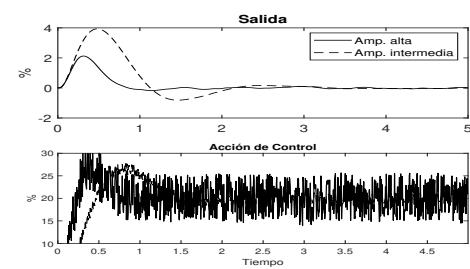


Figura 7: Respuesta ante perturbación y acción de control del sistema G_8 del ejemplo 2.

6.2. Ejemplo 2

Considérese el sistema

$$G_8(s) = \frac{1}{(s+1)(1+0,05s)^2} \quad (8)$$

Aplicando la ecuación (6) se obtiene un valor $L/\tau = 0,1$. Si suponemos que estamos ante un caso intermedio de amplificación del ruido, la ecuación (5) se obtiene una amplificación del ruido $A = 2,64$. Utilizando la herramienta de diseño de PID, con una robustez $M_s = 1,6$, para que la amplificación del ruido sea 2.64, se obtiene un controlador PI (más lento que el PI óptimo): $K_p = 2,64$, $T_i = 0,275506$, con un $IAE = 0,153$. En cambio, si suponemos que podemos permitir una amplificación grande del ruido (el actuador no tiene elementos móviles y el ruido es bajo), aplicando la ecuación (4) se obtiene una amplificación del ruido $A = 10,68$. Utilizando la herramienta de diseño de PID, para que la amplificación del ruido sea 10.68, se obtiene un controlador PID (más rápido que el PI óptimo): $K_p = 6,857375$, $T_i = 0,287169$, $T_d = 0,040084$, $N = 0,56$, con un $IAE = 0,0462$. La figura 7 muestra la respuesta ante una perturbación del 20 % en la acción de control del controlador intermedio y del de alta amplificación. El controlador de alta amplificación tiene una fluctuación elevada, pero la respuesta ante perturbación es mucho más rápida.

6.3. Ejemplo 3

Considérese el sistema

$$G_{10}(s) = \frac{e^{-5s}}{(s + 1)^3} \quad (9)$$

Aplicando la ecuación (6) se obtiene un valor $L/\tau = 3,8$. Si suponemos que estamos ante un caso intermedio de amplificación del ruido, la ecuación (5) se obtiene una amplificación del ruido $A = 1,001$. Utilizando la herramienta de diseño de PID, con una robustez $M_s = 1,6$, para que la amplificación del ruido sea 1,001, se obtiene un controlador PID (más rápido que el PI óptimo): $K_p = 0,363921$, $T_i = 3,271941$, $T_d = 1,604926$, $N = 1,74$, con un $IAE = 9,5$. En cambio, si suponemos que el actuador es una válvula sensible a las fluctuaciones del ruido, y por tanto requerimos una amplificación pequeña, aplicando la ecuación (3) se obtiene una amplificación del ruido $A = 0,1045$. Utilizando la herramienta de diseño de PID, para que la amplificación del ruido sea 0,1045, se obtiene un controlador PI (más lento que el PI óptimo): $K_p = 0,1045$, $T_i = 1,349$, con un $IAE = 13,95$.

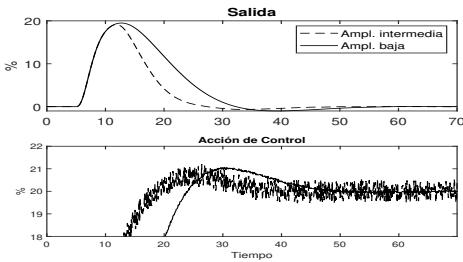


Figura 8: Respuesta ante perturbación y acción de control del sistema G_{10} del ejemplo 3.

La figura 8 muestra la respuesta ante una perturbación del 20 % en la acción de control de los dos controladores. El controlador de baja amplificación tiene una fluctuación muy baja, pero la respuesta ante perturbación es algo más lenta.

7. Conclusiones

En este trabajo se ha realizado un análisis sobre la selección del compromiso entre prestaciones y amplificación del ruido en el diseño de controladores PID. Se han presentado algunas ideas para ayudar al diseñador a elegir de forma correcta ese compromiso. Se ha utilizado para ello una familia de modelos de estructura fija, que caracteriza bien el comportamiento de sistemas sobrearmortiguados de dinámicas diversas, utilizando como parámetro principal la proporción entre retardo equivalente y constante de tiempo principal (L/τ). El concepto de línea de ajuste para robustez fija se utiliza para el análisis. El punto central de dicha línea es el PI que minimiza el IAE, definiendo la parte izquierda controladores PI más lentos, y la parte derecha controladores PID con diferente filtro del derivador. Se ha presentado en primer lugar una gráfica donde se comparan los cambios relativos en prestaciones (IAE) respecto la amplificación del ruido relativa, utilizando como referencia el controlador PI óptimo, mostrando algunas propiedades interesantes de esos cambios a lo largo de la línea de ajuste en función del proceso (en función de L/τ). En segundo lugar se ha presentado una gráfica donde se muestran

también los cambios de prestaciones (IAE) respecto la amplificación del ruido absoluta, pero utilizando como referencia el controlador cuya amplificación del ruido es 1, de forma que el diseñador tenga información clara de cuál es la fluctuación del actuador en función del controlador seleccionado, y el efecto en la mejora de prestaciones. Como conclusiones principales, se ha observado que en la comparación relativa al PI óptimo, en sistemas sobrearmortiguados generales, multiplicar la amplificación del ruido por 20 solo permite reducir el IAE aproximadamente al 50 %, y esto no varía mucho de un proceso a otro, aunque la reducción es mayor para L/τ bajas (40 %) que para L/τ altas (70 %). También, que en sistemas con L/τ elevadas, seleccionar un PI más lento que el óptimo permite reducir la amplificación del ruido de forma significativa sin empeorar mucho las prestaciones. Por otra parte, si planteamos como razonable un rango de amplificación del ruido entre 0,2 y 10 (en unidades normalizadas), el rango de selección de controladores en la línea de ajuste depende mucho del valor de L/τ . Para L/τ muy pequeños, el rango abarca principalmente controladores PI (entrando quizás algún PID con N baja para la amplificación mayor), mientras que para L/τ muy grandes el rango abarca principalmente controladores PID (entrando controladores PI solo para amplificaciones muy bajas). Se han propuesto tres diseños alternativos según el ruido de medida y la sensibilidad del actuador al mismo. Para casos con ruido elevado y actuadores muy sensibles (como válvulas), se ha propuesto una amplificación del ruido baja, entre 0,1 y 0,3, cuyo valor depende del modelo (como función de L/τ). Para casos con poco ruido y con actuadores estáticos poco sensibles al ruido, se ha propuesto un rango de amplificación elevado, entre 8 y 12, de forma que el valor propuesto depende también de L/τ . Finalmente, mediante unos ejemplos de simulación se ha mostrado que las ideas propuestas son aplicables a sistemas sobrearmortiguados generales aunque tengan una estructura diferente del modelo utilizado en el análisis.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado gracias a los proyectos TED2021-130120B-C22 y PID2021-125634OB-I00

Referencias

- Astrom, K., T.Hagglund, 2006. Advanced PID Control. ISA. NC,USA.
- H. Panagopoulos, K.A., T.Hagglund, 2002. Design of PID controllers based on constrained optimization. IEE Proc.-Control Theory Appl. 149, 32–40. doi:doi.org/10.1049/ip-cta:20020102.
- Romero, J., Sanchis, R., Balaguer, P., 2011. Pi and pid auto-tuning procedure based on simplified single parameter optimization. Journal of Process Control 21, 840–851. doi:doi.org/10.1016/j.jprocont.2011.04.003.
- Sanchis, R., Peñarrocha, I., 2021. A new method for experimental tuning of PI controllers based on the step response. ISA Transactions doi:doi.org/10.1016/j.isatra.2021.09.008.
- Sanchis, R., Peñarrocha, I., 2023. Optimal tuning of pid controllers with derivative filter for stable processes using three points from the step response. ISA Transactions 143, 596–610. doi:[DOI:10.1016/j.isatra.2023.10.009](https://doi.org/10.1016/j.isatra.2023.10.009).
- Sanchis, R., Peñarrocha, I., 2024. A pid tuning approach to find the optimal compromise among robustness, performance and control effort: implementation in a free software tool. International Journal of Control 97, 16–35. doi:[10.1080/00207179.2021.1989491](https://doi.org/10.1080/00207179.2021.1989491).
- Sanchis, R., Romero, J., Balaguer, P., 2010. Tuning of pid controllers based on simplified single parameter optimisation. International Journal of Control 83, 1785–1798. doi:doi.org/10.1080/00207179.2010.495162.