

Jornadas de Automática

Protección de objetivos móviles mediante un enjambre de drones

Zaragoza-Noguera, Salvador^{a,*}, Guinaldo, María^b, Sánchez-Moreno, José^b

^a Centro Universitario de la Defensa (CUD). C/ Coronel López Peña s/n, 30729 Santiago de la Ribera, Murcia, España.

^b Departamento de Informática y Automática, UNED. C/ Juan del Rosal 16, 28040 Madrid, España.

To cite this article: Zaragoza-Noguera, Salvador, Guinaldo, María, Sánchez-Moreno José. 2025. Protection of moving targets using a drone swarm.

Jornadas de Automática, 46. <https://doi.org/10.17979/ja-cea.2025.46.12181>

Resumen

Se propone una solución C-UAS (*Counter-Unmanned Air Systems*) alternativa y complementaria a las existentes: el uso de un enjambre de drones defensores. Estos drones adoptan una formación de escudo semiesférico para negar el acceso a UAS hostiles al objetivo protegido. La clave de esta estrategia radica en el diseño de una ley de control distribuida que permite que los drones defensores puedan seguir trayectorias, mantener la posición y orientarse en el espacio preservando en todo momento la forma del escudo en función de la ubicación y velocidad del enjambre hostil y el objetivo a defender. Además, la estrategia propuesta es escalable y adaptable a diferentes tamaños de áreas protegidas, desde pequeñas instalaciones hasta grandes regiones geográficas.

Palabras clave: Navegación cooperativa, Control y sistemas descentralizados, Control de movimiento, Sistemas multivehículo.

Protection of moving targets using a drone swarm

Abstract

An alternative and complementary C-UAS (*Counter-Unmanned Air Systems*) solution to existing ones is proposed: the use of a swarm of defending drones. These drones adopt a hemispherical shield formation to deny hostile UAS access to the protected target. The key to this strategy lies in the design of a distributed control law that allows defending drones to track trajectories, maintain position, and orient themselves in space while maintaining the shape of the shield based on the location and speed of the hostile swarm and the target to be defended. Furthermore, the proposed strategy is scalable and adaptable to different sizes of protected areas, from small installations to large geographic regions.

Keywords: Autonomous systems, Cooperative navigation, Decentralized Control and Systems, Motion control, Multi-vehicle systems.

1. Introducción

La protección de infraestructuras críticas, áreas geográficas y activos de gran valor ha evolucionado significativamente con la aparición de nuevas tecnologías. En particular, el uso de drones pequeños (UAS LLS - *Unmanned Aerial System Low, Small, and Slow*) o enjambres de estos para obtener información o atacar objetivos se ha convertido

en una amenaza tangible y creciente (Hua, *et al.*, 2024). Estos drones, debido a su tamaño reducido, pueden evadir fácilmente las defensas tradicionales y representar un riesgo considerable para la seguridad.

Para neutralizar esta amenaza se han desarrollado diversas estrategias que van desde la interferencia de señales de control y sistemas de navegación basados en GNSS (*Global Navigation Satellite System*), hasta el uso de medios letales

*Salvador Zaragoza Noguera: salvador.zaragoza@cud.upct.es
Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)

como láseres, microondas de alta energía e incluso munición convencional (Hua, et al., 2024). La efectividad de estas soluciones varía considerablemente según el número, las características y el equipamiento de los UAS hostiles, así como el entorno en el que se despliegan (campo abierto o ambientes urbanos) (Hua, et al., 2024).

Este artículo propone una solución C-UAS (*Counter-Unmanned Air Systems*) alternativa y complementaria a las existentes: el uso de un enjambre de drones defensores. Estos drones adoptan una formación de escudo semiesférico para negar el acceso a UAS hostiles al objetivo protegido. La clave de esta estrategia radica en el diseño de una ley de control distribuida que permite a los drones defensores seguir trayectorias, mantener la posición y orientarse en el espacio preservando, en todo momento, la forma del escudo en función de la ubicación y velocidad del enjambre hostil. Esta ley de control distribuida se ha definido para dinámicas modeladas por un integrador simple permitiendo movimientos lineales y angulares acelerados del escudo. Se basa en la triangulación de Delaunay (Delaunay, 1934) que permite la comunicación y coordinación entre los drones defensores, así como la rigidez de la formación (Eren, et al., 2002). Este trabajo continúa lo ya desarrollado en (Guinaldo, et al., 2024), en el cual se proponía un algoritmo para el diseño de la formación objetivo y la ley de control para adquirir la formación estática. Por el contrario, en este trabajo se define una nueva ley de control para dotar de movimiento al escudo, teniendo en cuenta la dinámica de los agentes hostiles y garantizando el mantenimiento de la formación durante la maniobra. Las principales ventajas frente a las estrategias existentes basadas en el uso del espectro electromagnético, como el láser, las microondas de alta energía, las interferencias de la señal de control y el *spoofing* (ETID, 2020) son: su falta de necesidad de un conocimiento avanzado del dron hostil, su facilidad de implementación a grandes distancias del objetivo sin afectar a otros sistemas electrónicos, su utilidad contra enjambres, su escalabilidad y su bajo coste. Respecto a la ley de control, la mayoría de los trabajos para formaciones rígidas son para el espacio 2D (Eren, et al., 2002), (Krick, et al., 2009), (De Marina et al., 2014), siendo escasos los resultados en 3D (Queiroz, et al., 2019) (Su, et al., 2020). La introducción de la superficie virtual como restricción implica una reducción del número de conexiones en el grafo con respecto al caso 3D general (Guinaldo, et al., 2024).

El resto del artículo se estructura de la siguiente forma: En la Sección 2 se introduce unos conceptos preliminares que se utilizarán en el artículo; la Sección 3 se plantea el problema a resolver, detallando las características de una ley de control que lo soluciona; en la Sección 4 se muestran los resultados de la aplicación de esta ley de control propuesta en este artículo; y, finalmente, las conclusiones y trabajos futuros se exponen en la Sección 5.

2. Preliminares

2.1. Teoría de grafos

Esta sección resume algunos aspectos de la teoría de grafos (Lewis, et al., 2014). Un grafo es una pareja $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, donde \mathcal{V} es un conjunto de N nodos (agentes) y \mathcal{E} es

un conjunto de aristas que determina la relación entre los nodos del grafo. La topología de un sistema multi-agente puede modelarse como un grafo \mathcal{G} estático e indirecto.

Para cada agente i , \mathcal{N}_i representa sus nodos vecinos, es decir, $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} : (i, j) \in \mathcal{E}\}$. Las aristas se etiquetan como e_k y su orientación se decide arbitrariamente. La matriz de incidencia $E(\mathcal{G}) = [\varepsilon_{ik}]$ se define como $\varepsilon_{ik} = -1$ si \mathcal{V}_i es la cola de la arista, $\varepsilon_{ik} = 1$ si es la cabeza y $\varepsilon_{ik} = 0$ en otro caso, es decir, no existe una arista entre los vértices \mathcal{V}_i y \mathcal{V}_k . La matriz laplaciana $\mathcal{L}(\mathcal{G}) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ de una red de agentes se define como $\mathcal{L}(\mathcal{G}) = E(\mathcal{G})E(\mathcal{G})^T$. La matriz laplaciana es semidefinida positiva y si \mathcal{G} es un grafo conexo e indirecto entonces $0 = \lambda_1(\mathcal{G}) < \lambda_2(\mathcal{G}) \leq \dots \leq \lambda_N(\mathcal{G})$, donde $\{\lambda_j(\mathcal{G})\}$ son los autovalores de $\mathcal{L}(\mathcal{G})$.

2.2. Formaciones rígidas

Una formación está establecida cuando cada agente i de un grafo \mathcal{G} debe mantener una distancia deseada d_{ij}^* con cada uno de sus vecinos $j \in \mathcal{N}_i$ en un \mathbb{R}^m .

Una formación se establece cuando a cada agente o vértice i del grafo se le asigna una coordenada $p_i \in \mathbb{R}^m$. Matemáticamente, una formación se define como un marco $F = (\mathcal{G}, p)$ que se define como un par de conjuntos donde \mathcal{G} es el grafo que establece las relaciones entre los agentes y $p = (p_1^T, \dots, p_N^T)$ es el vector de coordenadas asignado a cada agente. Visualmente se dice que un marco F es rígido si no es posible mover de manera suave alguno de los vértices sin mover el resto a la vez que se mantienen las distancias deseadas d_{ij}^* (Guinaldo, et al., 2022). Si esta propiedad se mantiene solo de manera local en un entorno Ω de p se dice que el marco es rígido localmente. Por el contrario, si la propiedad se satisface para todo el espacio, entonces el marco es rígido globalmente.

Para establecer que un marco sea rígido existe un criterio que se apoya en lo que se conoce como matriz de rigidez, basada en la siguiente función para las aristas del grafo:

$$f_{\mathcal{G}}(p) = \text{col}_{e_k \in \mathcal{E}}(\|\tilde{p}_k\|^2) \quad (1)$$

donde $\text{col}(\cdot)$ define un vector columna que incluye todos los argumentos como los componentes del vector, donde $\tilde{p}_k = p_i - p_j$ es la posición relativa para los vértices i y j de la arista k , y $\|\cdot\|$ es la norma euclídea. La función $f_{\mathcal{G}}(p)$ se puede aproximar como:

$$f_{\mathcal{G}}(p + \delta p) = f_{\mathcal{G}}(p) + \frac{1}{2} df_{\mathcal{G}}(p)\delta p + O(\delta p^2) \quad (2)$$

donde $df_{\mathcal{G}}(p)$ denota la matriz jacobiana de $f_{\mathcal{G}}(p)$ y δp es un desplazamiento infinitesimal de p . La matriz $\frac{1}{2} df_{\mathcal{G}}(p)$ se denomina matriz de rigidez del marco (\mathcal{G}, p) .

Definición 1 (Asimow & Roth, 1979): Un marco (\mathcal{G}, p) es infinitesimalmente rígido si el rango de $df_{\mathcal{G}}(p)$ es $2N - 3$ en \mathbb{R}^2 o $3N - 6$ en \mathbb{R}^3 .

2.3. Triangulación de Delaunay

Definición 2 (Guinaldo, et al., 2024): Una triangulación de un conjunto de puntos \mathcal{P} es un grafo con vértices en las coordenadas $p_i \in \mathcal{P}$ y aristas que subdivide al casco convexo de tal manera que la unión de todos los triángulos iguala al

casco convexo. Las aristas de la triangulación no se cruzan entre sí. Además, la triangulación para $N > 3$ no es única. La triangulación de Delaunay es un grafo de proximidad que se puede construir por la configuración geométrica de sus vértices.

En (Eren, et al., 2002) se demuestra que en \mathbb{R}^2 sí una formación satisface las condiciones de una triangulación de Delaunay entonces es rígida. En el mismo artículo se apunta que dicha propiedad se puede extender a \mathbb{R}^3 donde el casco convexo de \mathcal{P} se pasa a descomponer en tetraedros (Guinaldo, et al., 2024).

2.4. Modelo del escudo

Los drones defensores se despliegan sobre una semiesfera S_s cuyo centro se localiza en $p_0(t)$ formando un mallado virtual, que llamamos escudo, y que se describe mediante un marco $F(t) = (\mathcal{G}, p(t))$ cuyo conjunto de aristas \mathcal{E} se han establecido siguiendo una triangulación de Delaunay y en número suficiente para cumplir la Definición 1. Por tanto, los drones defensores forman un enjambre infinitesimalmente rígido.

Este escudo semiesférico “virtual” se modela con ayuda de la expresión matemática de una esfera, que tiene la siguiente forma:

$$f_s(p, p_0) = pp_0^T Q_1 pp_0 - 1 = 0 \quad (3)$$

donde $pp_0 = p - p_0$, $Q_1 = Q_1^T \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

Por lo tanto, un dron defensor i está situado sobre el escudo defensor “virtual” si se cumple la siguiente relación:

$$f_s(p_i, p_0) = p_{i0}^T Q_1 p_{i0} - 1 = 0$$

donde $p_{i0} = p_i - p_0$ son las coordenadas de p_i con respecto al dron virtual, es decir, con respecto al centro de la esfera.

2.5. Modelo de los agentes

Los agentes son los drones defensores y hostiles, el objetivo a defender Obj y el centro de la base del escudo S_s . El objetivo a proteger posee una velocidad constante, al igual que el enjambre de drones hostiles. Los drones defensores se modelan como integradores simples donde su estado se describe por el vector:

$$p_i(t) = \begin{pmatrix} p_{x,i}(t) \\ p_{y,i}(t) \\ p_{z,i}(t) \end{pmatrix} \quad (4)$$

y su dinámica se expresa como:

$$\dot{p}_i(t) = u_i(t) \quad (5)$$

El estado de cada dron defensor se identifica como $p_i(t)$ $i = 1, \dots, N$, siendo N el número de drones defensores. La dinámica del enjambre de drones hostiles se reducirá a la dinámica de su centro de masas, en adelante también el dron hostil, que se identificará como $p_h(t)$. $p_{obj}(t)$ y $p_0(t)$ se utilizarán para designar los estados del objetivo y del dron virtual, respectivamente.

Por otro lado, $u_i(t) \in \mathbb{R}^3$ son las señales de control de los distintos agentes. La señal de control del objetivo y del enjambre de drones hostiles son las velocidades de los citados agentes. Las expresiones de $u_i(t)$ para los drones

defensores y de $u_0(t)$ para el centro del escudo se detallan en la siguiente sección.

2.5. Ley de control basada en el gradiente

Para definir la ley de control distribuida de los drones defensores que establecen la formación se utilizará la función potencial propuesta en (Krick, et al., 2009):

$$W = \frac{1}{4} \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}} (d_{ij}^2 - d_{ij}^{*2}) \quad (6)$$

donde $d_{ij} = \|p_i - p_j\|$ es la distancia entre los drones i y j , y d_{ij}^* es la distancia deseada entre estos drones determinada por el marco $F(t) = (\mathcal{G}, p(t))$. A partir (6), la ley de control basada en el gradiente queda expresada por:

$$u_i = -\nabla_{p_i} W = -\sum_{j \in \mathcal{N}_i} (d_{ij}^2 - d_{ij}^{*2}) (p_i - p_j) \quad (7)$$

Como se establece en (Krick, et al., 2009) y (Sun, et al., 2015) para un modelo de integrador simple, la ley de control garantiza que la formación posee estabilidad asintótica local si los agentes se mueven en \mathbb{R}^2 . Sin embargo, demostrar la convergencia global asintótica en el establecimiento de la formación en sus distintas formas generales no es posible debido a la existencia de múltiples puntos de equilibrio.

3. Descripción y solución del problema

3.1. Planteamiento

Se desea diseñar una ley de control distribuida para que una formación $F = (\mathcal{G}, p)$ de drones defensores desplegada sobre un escudo virtual semiesférico S_s de radio R_s deniegue la entrada a un enjambre de drones hostiles a un volumen situado alrededor de un objetivo a proteger definido por una semiesfera S_c de radio R_c centrada en el objetivo. Es decir, el movimiento del centro de la base de S_s se restringe a la superficie de S_c de tal forma que éste debe pertenecer, en todo momento, a la recta que une el objetivo y el dron hostil, manteniendo la ortogonalidad con la citada recta. En este sentido, la dinámica de traslación del escudo virtual se puede reducir a la de un dron virtual situado en el centro de la base de S_s .

3.2. Ley de control

La señal de control $u_i(t)$ es la suma de dos subseñales de control. La primera garantiza la adquisición de la formación sobre la semiesfera S_s , y la segunda proporciona el movimiento del escudo para que éste se interponga al dron hostil al mismo tiempo que el dron virtual se mueve sobre S_c , tal y como se muestra en la Figura 1. A continuación, se analizan estos dos términos de control y se proporcionan las correspondientes pruebas de estabilidad.

3.2.1 Adquisición de la formación

La forma general de la ley de control que se busca es:

$$u_i = u_i(p_i - p_j, d_{ij}, f_s(p_i, p_0)), \quad i = 1, \dots, N \text{ y } j \in \mathcal{N}_i(\mathcal{E}) \quad (8)$$

donde $p_i - p_j = p_{ij}$ es el vector relativo entre la posición del dron i y su vecino j .

Para adquirir la formación deseada es necesario que los drones cumplan con las condiciones establecidas por la formación $F^*(t) = (\mathcal{G}, p^*(t))$ y, simultáneamente, las

posiciones de los drones deben anular la ecuación de la semiesfera $f_s(p_i, p_0) = 0$.

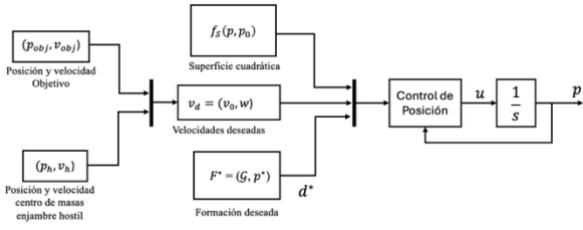


Figura 1: Diseño del control para mover el escudo en función de las variables de estado del enjambre de drones

Proposición 1: Sea una formación $F(t) = (G, p(t))$ y una semiesfera de radio R_s centrada en las coordenadas $p_0(t)$: $f_s(p_i, p_0) = p_{i0}^T Q_1 p_{i0} - 1$, donde $Q_1 = \frac{1}{R_s^2} I_3$. La ley de control distribuido exponencialmente estable de manera local que mantiene una formación $F(t)$ sobre la superficie $f_s(p_i, p_0)$ respetando las distancias deseadas d_{ij}^* es:

$$u_{a,i} = -k_1 \sum_{j \in \mathcal{N}_i} p_{ij} z_{ij} - \frac{k_2}{2} f_s^T(p_i, p_0) \frac{\partial f_s(p_i, p_0)}{\partial p_i} \quad (9)$$

donde $z_{ij} = d_{ij}^2 - d_{ij}^{*2}$ y $k_1, k_2 \in \mathbb{R} > 0$.

Demostración: La función de potencial está formada por los dos errores que han de ser nulos para que el dron i mantenga las distancias fijadas con sus drones vecinos y su posición esté sobre la semiesfera $f_s(p_i, p_0)$:

$$W_1 = \frac{k_1}{4} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} z_{ij}^2 + \frac{k_2}{4} f_s^2(p_i, p_0) \quad (10)$$

La ley de control (9) hace que $\dot{W}_1 \leq 0$, ya que $\dot{W}_1 =$

$\sum_i \frac{\partial W_1}{\partial p_i} \dot{p}_i$. Nótese que

$$u_{a,i} = -\frac{\partial W_1}{\partial p_i}, \quad (11)$$

ya que

$$\frac{\partial W_1}{\partial p_i} = \frac{k_1}{2} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} z_{ij} \frac{\partial z_{ij}}{\partial p_i} + \frac{k_2}{2} f_s^T(p_i, p_0) \frac{\partial f_s(p_i, p_0)}{\partial p_i}, \quad (12)$$

donde

$$\frac{\partial z_{ij}}{\partial p_i} = 2d_{ij} \frac{\partial d_{ij}}{\partial p_i} = 2d_{ij} \left(\frac{1}{2d_{ij}} 2p_{ij} \right) = 2p_{ij} \quad (13)$$

Si se sustituye la ecuación (13) en (12) se obtiene que con la ley de control (9) $\dot{W}_1 = -\sum_i u_{i,a}^T u_{i,a} \leq 0$, lo que concluye la prueba ■

Como se establece en (Guinaldo, et al., 2024), una buena aproximación de la relación que existe entre k_1 y k_2 es: $k_2 \sim \frac{|\mathcal{N}_i| d^2}{\|Q_1\|} k_1$, donde $|\mathcal{N}_i|$ es la media de los drones vecinos y $\|Q_1\|$ es la norma de la matriz Q_1 .

3.2.2 Movimiento de la formación

Al considerar $F = (G, p)$ y el dron virtual como un sólido rígido (para que sea capaz de desplazarse por la superficie S_c con el fin de interponerse entre el dron hostil y el objetivo y que la base del escudo sea perpendicular a la recta que une a éstos), la velocidad de cada dron del escudo está determinada por la conocida expresión de la cinemática de un cuerpo rígido:

$$v_{d,i}(t) = v_0(t) + \omega_0(t) \times p_{io} \quad (14)$$

donde $v_0 \in \mathbb{R}^3$ es la velocidad de traslación del escudo, $\omega_0 \in \mathbb{R}^3$ es la velocidad angular del escudo alrededor de un eje que pasa por p_o , y $p_{io} = p_i - p_o$ es el vector diferencia entre el dron i y el centro del escudo (dron virtual) que actúa como punto de rotación del eje de rotación. v_0 coincide con la velocidad del dron virtual y viene fijada por:

$$v_0(t) = v_{obj} + \frac{R_c}{\|p_{hobj}\|} (v_{hobj} - \hat{u}(\hat{u}^T v_{hobj})) \quad (15)$$

donde v_{obj} es la velocidad del objetivo, $\|p_{hobj}\| = \|p_h(t) - p_{obj}(t)\|$ y $v_{hobj} = v_h(t) - v_{obj}(t)$ son la distancia y velocidad relativa del dron hostil con respecto al objetivo, respectivamente, y $\hat{u} = \frac{p_{hobj}}{\|p_{hobj}\|}$ es el vector unitario de la recta que une el objetivo y el dron hostil.

Proposición 2: La velocidad lineal (15) con la que se mueve el escudo hace que éste se interponga entre p_{obj} y el enjambre hostil, cuyo centro de masas se representa por p_h .

Demostración: Para que el escudo defensivo se interponga en todo momento entre el objetivo y el dron hostil y además mantenga una distancia R_c con el objetivo, la posición del dron virtual con respecto al objetivo está fijada por la siguiente expresión:

$$p_{0obj} = R_c \frac{p_{hobj}}{\|p_{hobj}\|} = R_c \hat{u} \quad (16)$$

donde $p_{0obj} = p_0 - p_{obj}$ es la posición relativa del dron virtual con respecto al objetivo. La velocidad relativa del dron virtual con respecto al objetivo es:

$$v_{0Obj} = R_c \frac{d\hat{u}}{dt} \quad (17)$$

La derivada con respecto al tiempo de \hat{u} es

$$\frac{d\hat{u}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{p_{hobj}}{\|p_{hobj}\|} \right) = \frac{v_{hobj}}{\|p_{hobj}\|} + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\|p_{hobj}\|} \right) p_{hobj} \quad (18)$$

$$\frac{d\hat{u}}{dt} = \frac{v_{hobj}}{\|p_{hobj}\|} - \frac{p_{hobj}^T v_{hobj}}{\|p_{hobj}\|^3} p_{hobj} \quad (19)$$

Agrupando términos y teniendo en cuenta que $\hat{u} = \frac{p_{hobj}}{\|p_{hobj}\|}$, (19) adquiere la siguiente forma:

$$\frac{d\hat{u}}{dt} = \frac{R_c}{\|p_{hobj}\|} (v_{hobj} - \hat{u}(\hat{u}^T v_{hobj})) \quad (20)$$

Al sustituir (21) en (17) y recordando que $v_{0obj} = v_0 - v_{obj}$, la velocidad del dron virtual es:

$$v_0(t) = v_{obj} + \frac{R}{\|p_{hobj}\|} (v_{hobj} - \hat{u}(\hat{u} \cdot v_{hobj}))$$

tal y como se quería demostrar. ■

De manera análoga, tenemos el siguiente resultado para la velocidad angular:

Proposición 3: La velocidad angular necesaria para que la base del escudo defensor mantenga la ortogonalidad con la recta que une el objetivo y el dron hostil es:

$$\vec{\omega}_0 = \hat{u} \times \frac{d\hat{u}}{dt} \quad (21)$$

Demostración: La velocidad lineal de los elementos de un sólido rígido dotado de una velocidad $\vec{\omega}_0$ viene dada por la ecuación:

$$\frac{d\hat{u}}{dt} = \vec{\omega}_0 \times \hat{u} \quad (22)$$

Multiplicando vectorialmente esta expresión por \hat{u} y operando:

$$\hat{u} \times \frac{d\hat{u}}{dt} = \hat{u} \times (\vec{\omega}_0 \times \hat{u}) = (\hat{u}^T \hat{u}) \vec{\omega}_0 - (\vec{\omega}_0^T \hat{u}) \hat{u} \quad (23)$$

Recordando que $\vec{\omega}_0^T \hat{u} = 0$ al ser perpendiculares, se tiene:

$$\hat{u} \times \frac{d\hat{u}}{dt} = \vec{\omega}_0$$

tal y como se quería demostrar. ■

Teorema 1: La ley de control de cada dron del escudo defensivo, exponencialmente estable de manera local que mantiene una formación $F(t)$ sobre la superficie $S_s: f_s(p_i, p_0)$ respetando las distancias d_{ij}^* , y que proporciona la velocidad deseada $v_{D,i}$ necesaria para que el escudo defensivo se interponga entre el dron hostil y el objetivo mientras se desplaza sobre la superficie R_c es:

$$u_i(t) = u_{a,i} + v_{D,i}(t) \quad (24)$$

Demostración: La prueba se sigue de manera directa de las Proposiciones 1-3 y el Teorema 2 de (Guinaldo, et al., 2024), por lo que la ley (24) es localmente estable asintóticamente.

3.2.3 Restricciones a la ley de control

Al estar el escudo defensivo de drones sobre una semiesfera con coordenada $z > 0$ es necesario añadir a (7) un nuevo término repulsivo que garantice que la coordenada z de cualquier dron defensor sea positiva. Este nuevo término se define como:

$$u_{rep,i} = k_3 \frac{1}{z_i^3} \quad (25)$$

donde k_3 es una ganancia pequeña.

Dado que la estabilidad dada por la ley de control (24) es local, existen múltiples puntos de equilibrio. Por tanto, (24) no garantiza que la orientación de la base de la formación de drones defensores sea perpendicular a la recta que une el objetivo con el dron hostil. Es por ello que se debe complementar (24) con el siguiente término que no es nulo cuando en el escudo se da la circunstancia antes mencionada:

$$u_{rot} = -k_4(v_1 - v_2) \quad (26)$$

donde $v_1 = p_v - p_0$ es el vector que une el centro S_s (drone virtual) con el punto de este situado en la vertical p_v , y $v_2 = p_1 - p_0$, es el vector que une el dron virtual con el dron del vértice de la formación (Figura 2).

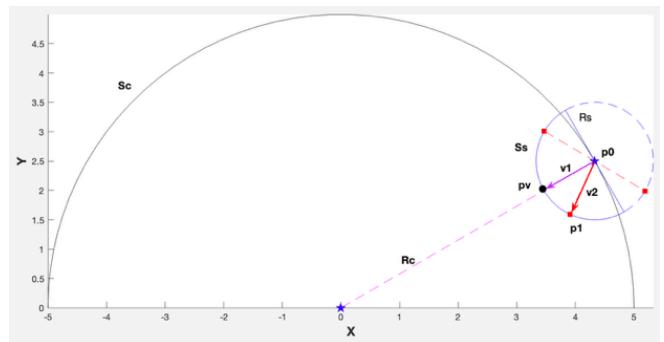


Figura 2: Posición relativa de la orientación de la superficie semiesférica S_s y el escudo de drones defensivos que se distribuye sobre ella.

Aunque es una representación en 2D de la disposición que tendría en 3D, la Figura 2 muestra el error de orientación del escudo de drones defensores (cuadrados rojos) situados sobre S_s . La orientación correcta debería ser la indicada por el vector v_2 , no v_1 .

Por consiguiente, la ley de control completa es

$$u_i(t) = u_{a,i} + v_{D,i}(t) + u_{rep,i}(t) + u_{rot}(t) \quad (27)$$

4. Simulación

Consideremos un objetivo centrado en el origen de coordenadas $p_{obj} = [0 \ 0 \ 0]$ y una velocidad constante $v_{obj} = [-7 \ -3 \ 0]$; un enjambre de drones hostiles cuyo centro de masas es $p_h = [20\sqrt{3} \ 20 \ 30]$ y dotado con un movimiento circular en el plano Z=0 de radio $r_h = 40$, velocidad angular $\omega_h = 0.367 \frac{rad}{s}$ y desfase $\alpha_h = 0.577 rad$; y con un movimiento sinusoidal en el eje Z de amplitud $A_z = 10$, amplitud $\omega_z = 1.79 \frac{rad}{s}$ y desfase $\alpha_z = 0 rad$. Se despliega un enjambre de 7 drones defensores que adoptan una formación defensiva sobre una superficie esférica de radio $R_s = 5$ entre el objetivo y el centro de masas del enjambre hostil a una distancia $R_c = 21.6667$. La orientación de la base de la formación es tal que es perpendicular a la recta que une el objetivo y su vector director es opuesto a la recta que une el objetivo con el centro de masas del enjambre hostil.

La matriz de ganancias de la ley de control $K = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4] = [1\ 500 \ 0.01 \ 100]$. El resultado de la simulación durante un tiempo $T_s = 6 s$. se muestra en la Figura 3; en ella se observan las dinámicas del objetivo, escudo defensivo (en rojo) y el dron hostil (en azul), comprobándose que el escudo en todo momento queda enfrentado y orientado al centro de masas del enjambre hostil y a la distancia de seguridad establecida con respecto al objetivo móvil.

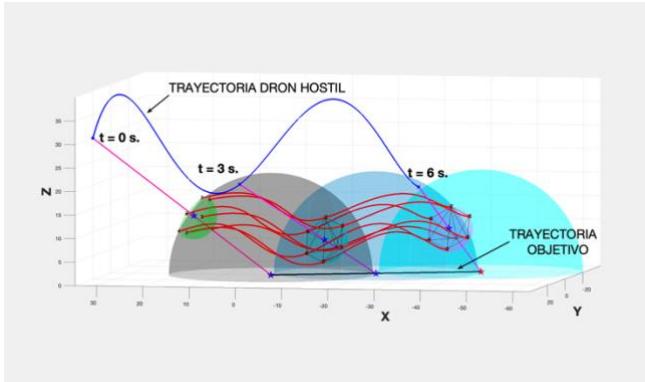


Figura 3: Evolución escudo de drones defensivo en función de las dinámicas de objetivo y el enjambre de drones hostil.

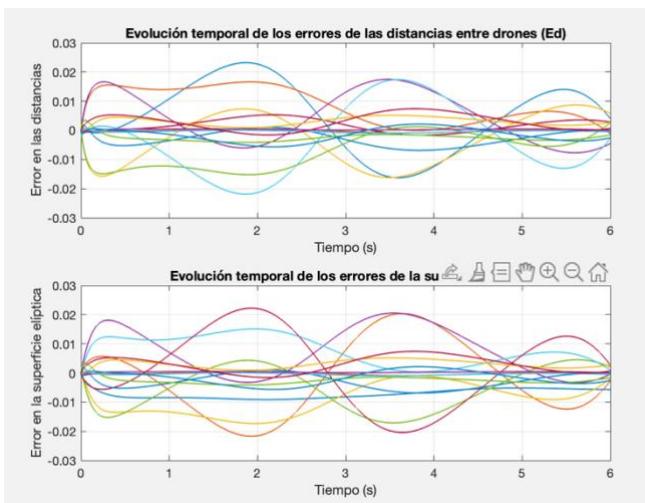


Figura 4: Errores de distancia entre drones y superficie.

En la Figura 4 se grafican la evolución temporal de los errores de las distancias entre drones con respecto a las distancias deseadas y los errores de posición con respecto a la superficie cuadrática S_s . Como se puede observar, aun partiendo de las posiciones de equilibrio, la ley de control es capaz de mantener la formación sobre el escudo durante todo el movimiento, siendo los errores máximos del orden de 10^{-2} .

5. Conclusiones

En este artículo se ha propuesto una ley de control para mantener y mover una formación rígida de agentes, que

representan drones, que se interpone entre un objetivo a proteger y una amenaza constituida por otro conjunto de drones. El enfoque propuesto no solo ofrece una solución innovadora y flexible para la defensa contra drones hostiles, sino que también abre nuevas posibilidades para la protección tanto de infraestructuras críticas, como objetivos en movimiento en diversos escenarios. La capacidad de los drones defensores para adaptarse dinámicamente a las amenazas en tiempo real representa un avance significativo en el campo de la seguridad y la defensa. Además, el uso de enjambres de drones defensores puede ser escalable y adaptable a diferentes tamaños de áreas protegidas, desde pequeñas instalaciones hasta grandes regiones geográficas.

Como trabajos futuros se incluye el estudio frente perturbaciones y ruido, especialmente en la medida de los drones hostiles, y generalizar los resultados para una dinámica modelada por un doble integrador.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado gracias al apoyo de la Agencia Estatal de Investigación (AEI), bajo el PID2020-112658RB-I00/AEI/10.13039/501100011033.

Referencias

- Asimow, L. & Roth, B., 1979. The rigidity of graphs, II. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 68(1), pp. 171-190.
- Delaunay, B., 1934. Sur la sphère vide. *Izvestia Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Matematicheskikh i Estestvennykh Nauk*, pp. 793-800.
- De Marina, H.G., Cao, M. and Jayawardhana, B., 2014. Controlling rigid formations of mobile agents under inconsistent measurements. *IEEE Transactions on Robotics*, 31(1), pp.31-39.
- Eren, T., Belhumeur, P. N., Anderson, B. D. & Morse, A. S., 2002. A framework for maintaining formations based on rigidity, 2002. IFAC Proceedings Volumes 35(1), 499-504.
- Guinaldo, M., Sánchez-Moreno, J., Zaragoza, S., & Mañas-Álvarez, F.J., 2024. Distributed multi-UAV shield formation based on virtual surface constraints. *Robotics and Autonomous Systems*, 176(104684).
- Guinaldo, M., Sánchez-Moreno, J. & Zaragoza, S., 2022. Protección de infraestructuras mediante escudos dinámicos formados por drones. Pontevedra, Ministerio de Defensa.
- Hua, Y., Yu, J. & Sun, C., 2024. Distributed Control, Optimization, and Game of UAV Swarm Systems. [En línea] Available at: https://www.mdpi.com/journal/drones/special_issues/1478YUXR23
- Krick, L., Broucke, M. E. & Francis, B. A., 2009. Stabilisation of infinitesimally rigid formations of multi-robot networks. *International Journal of Control*, 82(3), pp. 423-439.
- Lewis, F. L., Hengster-Movric, K., Zhang, H. & Das, A., 2014. Cooperative Control of Multi-Agent Systems. Springer.
- Queiroz, M. de, Cai, X. & Feemster, M., 2019. Formation Control of Multi-Agent Systems: A Graph Rigidity Approach, Wiley.
- Secretaría de Estado de Defensa, 2020. Estrategia de tecnología e innovación para la Defensa ETID – 2020, https://publicaciones.defensa.gob.es/media/downloadable/files/links/e/e/tid_estrategia_de_tecnolog_a_e_innovaci_n_para_la_defensa_2020.pdf
- Su, W., Hu, Y., Li, K., & Chen, L., 2020. Rigidity of similarity-based formation and formation shape stabilization, *Automatica* 121, 109183.
- Sun, Z., Helmke, U. & Anderson, B. D., 2015. Rigid Formation Shape Control in General Dimensions: An Invariance Principle and Open Problems. *Proceedings of the 54th IEEE Conference on Decision and Control (CDC 2015)*, pp. 6095–6100.
- Vajravelu, A., Ashok Kumar, N., Sharkar, S. & Degadwala, S., 2023. Security Threats of Unmanned Aerial Vehicles. s.l.:Springer.