

Jornadas de Automática

Análisis del espacio de trabajo de un robot cuadrúpedo trepador

Paula Mollá-Santamaría^{a,*}, Adrián Peidró^a, Jorge F. Aznar-Ortega^a, Freddy A. Prieto-Gonzaga^a y Óscar Reinoso^{a,b}

^a Instituto de Investigación en Ingeniería, Universidad Miguel Hernández (I3E-UMH) Avda Universidad s/n, 03202 Elche, España.

^b ValgrAI: Valencian Graduate School and Research Network of Artificial Intelligence, Camí de Vera s/n, Edificio 3Q, 46022 Valencia, España.

To cite this article: Mollá-Santamaría, P., Peidró, A., Aznar-Ortega, J.F., Prieto-Gonzaga, F.A., Reinoso, O. 2026. Workspace analysis of a climbing quadruped robot. *Jornadas de Automática*, 47. <https://doi.org/10.17979/ja-cea.2026.47.13799>

Resumen

En los últimos años, los incendios forestales se han intensificado, presentando una amenaza para el medio ambiente. Este estudio analiza un robot cuadrúpedo diseñado para caminar por entornos forestales y trepar árboles con el fin de colaborar en la extinción de incendios. El robot está compuesto por dos segmentos unidos mediante una articulación cilíndrica de actuación paralela y, en el presente artículo se estudia su espacio de trabajo cuando las patas traseras permanecen fijas al árbol. El espacio de trabajo se genera mediante la propagación de cada punto a sus vecinos con el método de Newton-Raphson. Para cada configuración, se evalúa el alcance de las patas delanteras mediante un muestreo aleatorio de los 7 GDL (de dicha articulación cilíndrica y de la pata), resolviendo para ello la cinemática directa. Este análisis confirma que el robot puede adaptarse a las irregularidades del tronco, garantizando una alta movilidad en entornos forestales complejos.

Palabras clave: Robots móviles, Espacio de trabajo, Robots contraincendios, Robots trepadores, Incendios forestales.

Workspace analysis of a climbing quadruped robot

Abstract

In recent years, wildfires have become increasingly severe, posing a significant threat to the environment. This study analyzes a quadruped robot designed to navigate forest terrains and climb trees to aid in firefighting. The robot consists of two segments joined by a parallel-actuated cylindrical joint, and this paper characterizes its workspace when the rear legs are embracing the tree. The workspace is generated by propagating each point to its neighbors using the Newton-Raphson method. For each configuration, the pose of the front legs is evaluated through random sampling of the 7 DOFs (from the C-joint and the leg) by solving the forward kinematics. This analysis confirms that the robot effectively adapts to trunk irregularities, ensuring high mobility in complex forest environments.

Keywords: Mobile robots, Workspace analysis, Firefighting robots, Tree-climbing robots, Wildfire.

1. Introducción

En las últimas décadas, los incendios forestales se han intensificado como consecuencia del cambio climático, lo que ha provocado que sean mucho más frecuentes y agresivos, convirtiéndolos en una gran amenaza para el medio ambiente.

Para mitigar este problema, han surgido múltiples robots destinados a la lucha contra incendios. Entre los más comunes se encuentran los robots móviles terrestres, similares a tanques o todoterrenos con orugas o ruedas, los cuales incorporan una manguera montada en su parte superior para proyectar el agua hacia las llamas. Ese tipo de

robots afronta dificultades al desplazarse por entornos naturales complejos debido a su elevado peso y tamaño (Zhang *et al.*, 2023, Zhang *et al.*, 2015 y Steopan *et al.*, 2020).

Por otro lado, existen otros robots de extinción de incendios voladores, como drones que transportan finas mangueras (Abhiram *et al.*, 2026) y robots tipo “dragón” que consisten en una manguera suspendida que se desplaza y rocía el agua simultáneamente gracias a la fuerza de propulsión de varios chorros orientados hacia el suelo (Ando *et al.*, 2020). No obstante, estos robots aéreos presentan limitaciones en el control del vuelo, ya que la eyección de agua a alta velocidad genera fuerzas y momentos de reacción que comprometen su estabilidad.

Por último, los robots tipo serpiente (Liljebäck *et al.*, 2006), formados por segmentos articulados, emplean su propio cuerpo como manguera y se desplazan reptando. Sin embargo, el control de su movimiento es significativamente más complejo que en robots que se desplazan con ruedas, orugas o patas (Liljebäck *et al.*, 2011) y, además, sufren fuertes perturbaciones debido a las reacciones de retroceso del chorro eyectado.

Con el objetivo de mejorar la movilidad en terrenos forestales accidentados, en (Mollá-Santamaría *et al.*, 2024) se propone un novedoso robot cuadrúpedo capaz de caminar por terrenos accidentados y trepar árboles con el fin de participar en las tareas de extinción incendios.

El espacio de trabajo de un robot define la región alcanzable, tanto en posiciones como en orientaciones, por su efector final, garantizando evitar singularidades, obstáculos y otras restricciones cinemáticas. El análisis de este espacio de trabajo es fundamental para el diseño y la planificación de trayectorias, ya que optimiza el rendimiento y garantiza una operación segura al integrar los límites de las articulaciones y las restricciones de colisión. En este artículo, se presenta el análisis del espacio de trabajo de un robot cuadrúpedo caminante-trepador propuesto en (Mollá-Santamaría *et al.*, 2024) cuando se encuentra abrazado al árbol.

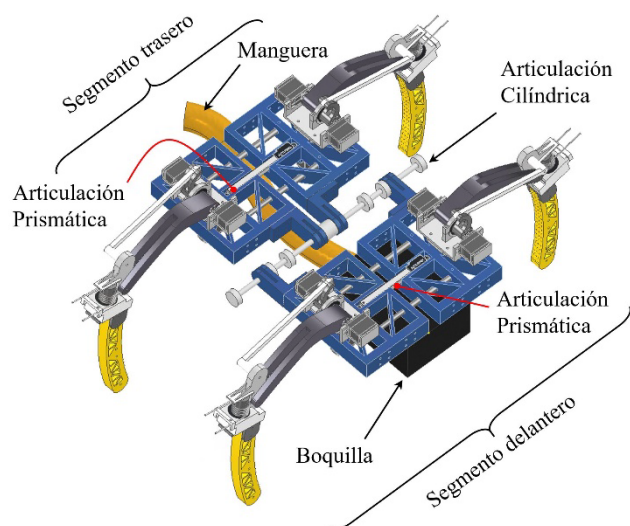


Figura 1: Vista general del robot caminante-trepador propuesto.

Generalmente, los métodos para el cálculo del espacio de trabajo se clasifican en tres enfoques principales (Peidró *et al.*, 2018): métodos geométricos, métodos de discretización y métodos basados en singularidades. Los métodos geométricos destacan por su eficiencia y precisión, sin embargo, su implementación resulta compleja cuando se consideran límites articulares y auto-colisiones en mecanismos complejos. Los métodos basados en singularidades identifican los límites del espacio de trabajo mediante el análisis del rango de la matriz Jacobiana. Aunque ofrecen una alta eficiencia computacional al centrarse en las fronteras del espacio de trabajo en lugar de su interior, corren el riesgo de omitir barreras internas críticas desconectadas de la frontera principal del espacio de trabajo, las cuales son

esenciales para la planificación del movimiento. Por último, los métodos de discretización dividen el espacio de trabajo en una rejilla de nodos para evaluar si cada configuración satisface las restricciones cinemáticas mediante cinemática directa o inversa. A pesar de su mayor coste computacional, permiten incorporar fácilmente restricciones complejas y algoritmos de detección de colisiones, garantizando un mapeo robusto e integral.

Debido a sus ventajas, en este estudio se emplea el enfoque basado en el método de discretización para determinar las posiciones alcanzables del robot cuando está agarrado al árbol durante la fase de trepado.

Este artículo está organizado en 4 secciones. La Sección 2 describe el robot propuesto. La Sección 3 presenta el modelo cinemático del robot estudiado. Por último, la Sección 4 desarrolla el método utilizado para el estudio del espacio del robot cuando está trepando el árbol, así como los resultados y las conclusiones.

2. Descripción del robot

El robot cuadrúpedo presentado en este trabajo, ilustrado en la Figura 1, ha sido diseñado para caminar por terrenos irregulares y trepar árboles con el fin de detectar y actuar en labores de extinción de incendios forestales como, por ejemplo, eyectando el agua desde altura. Dicho robot consta de dos segmentos, delantero y trasero, conectados mediante una novedosa articulación cilíndrica actuada con un mecanismo paralelo descrito en (Mollá-Santamaría *et al.*, 2025). Esta permite el giro relativo entre ambos segmentos, facilitando tanto la transición del robot del suelo al tronco como la maniobrabilidad durante el ascenso vertical.

Cada segmento está compuesto por dos patas, con 4 grados de libertad (GDL) cada una, unidas mediante una articulación prismática. El efector final de cada pata cuenta con una garra con microespinas para maximizar la adherencia sobre el tronco.

El ciclo de trepado se ejecuta de forma secuencial partiendo de una configuración en la que las patas del segmento trasero están firmemente agarradas al tronco mediante las microespinas, dotando de cierta movilidad al cuerpo central de dicho segmento. Posteriormente, el segmento trasero avanza y, una vez que las patas delanteras se agarran al tronco, se liberan las traseras invirtiendo así las funciones de cada segmento en un ciclo continuo. Durante la operación de extinción, el segmento delantero orienta la boquilla de la manguera gracias a la articulación cilíndrica actuada, permitiendo la eyección de agua mientras el robot se mantiene agarrado al tronco.

3. Modelado cinemático del robot

En esta sección, se presenta el modelo cinemático del robot basado en la representación de Denavit-Hartenberg (DH) (Jazar, 2010), ilustrado en la Tabla 1, el cual relaciona los valores articulares de la pata con la posición y orientación del efector final de cada pata.

Como se observa en la Figura 2, el sistema de referencia de origen de la pata $x_{0i}y_{0i}z_{0i}$ se sitúa en el centro de la

articulación prismática de cada pata i ($i = 1, 2$), mientras que el sistema $x_{5i}y_{5i}z_{5i}$ se localiza en el eslabón de agarre o garra. La posición y la orientación del sistema $x_{0i}y_{0i}z_{0i}$ se representa como p_x, p_y, p_z y α, β, γ (ángulos intrínsecos de Euler ZYX), respecto al sistema de referencia global fijo W, situado en el origen de coordenadas (0, 0, 0).

La matriz de transformación homogénea G_i , que define la pose de la garra i ($i = 1, 2$) respecto a W, se expresa como:

$$G_i = T_{0i}^0 T_1(q_s) T_2(q_{1i}) T_3(q_{2i}) T_4(q_{3i}) T_5(q_{4i}) \quad (1)$$

Donde ${}^{j-1}T_j$ es la matriz DH que relaciona la posición y orientación del sistema j con el $j - 1$ (Jazar, 2010) y T_{0i} representa la matriz de transformación homogénea de la base de la pata $x_{0i}y_{0i}z_{0i}$ respecto al sistema global W:

$$T_{0i} = \begin{bmatrix} R_z(\alpha)R_y(\beta)R_x(\gamma) \cdot K_i & [p_x \ p_y \ p_z]^T \\ [0 \ 0 \ 0] & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde: $\begin{cases} K_1 = 1 \\ K_2 = R_y(\pi) \end{cases}$

Mientras $R_v(u)$ representa una matriz de rotación de ángulo u alrededor del eje v y $K_2 = R_y(\pi)$ implica que el primer sistema de referencia $x_{02}y_{02}z_{02}$ de la pata 2 se obtiene mediante una rotación de π rad sobre el eje y_{01} respecto al primer sistema de referencia $x_{01}y_{01}z_{01}$ de la pata 1 donde $K_1 = 1$. A menos que se especifique lo contrario, las longitudes se expresan en metros (m) y los ángulos en radianes (rad).

Tabla 1: Parámetros de Denavit-Hartenberg para una pata

$j - 1 \rightarrow j$	θ_j	d_j	a_j	α_j
$0 \rightarrow 1$	0	$q_s/2 + 0.161$	0	$-\pi/2$
$1 \rightarrow 2$	$-\pi/2 + q_{1i}$	0	0.015	$-\pi/2$
$2 \rightarrow 3$	q_{2i}	0	0.2	0
$3 \rightarrow 4$	q_{3i}	0.016	0.029	$\pi/2$
$4 \rightarrow 5$	$\pi + q_{4i}$	-0.156	0.054	$\pi/2$

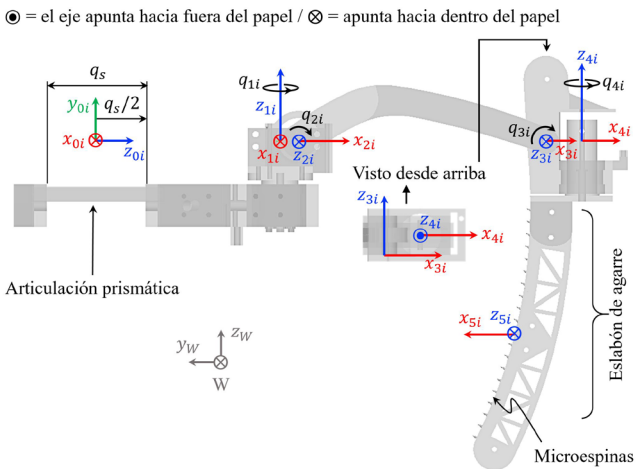


Figura 2: Sistemas de referencia de Denavit-Hartenberg de una pata (se omite los ejes Y).

Con el objetivo de determinar la postura de agarre del segmento trasero al tronco, para cada una de las patas del segmento trasero i ($i = 1, 2$), se define una postura de agarre G_i^{des} (donde el superíndice “des” es de deseada) y se iguala a la matriz G_i . Esta ecuación se resuelve mediante el método iterativo de Newton-Raphson, usando la pseudoinversa de mínima norma de la matriz Jacobiana. A través de este procedimiento, se busca que el robot converja hacia una postura inicial de agarre, permitiendo posteriormente estudiar el espacio de trabajo del robot partiendo de dicha configuración.

4. Espacio de trabajo del robot trepador

En esta sección se presentan los métodos utilizados para el análisis de dos espacios de trabajo del robot propuesto. En primer lugar, se evalúa el espacio de trabajo del segmento trasero cuando está abrazando el tronco, escenario en el que el robot opera como un mecanismo paralelo. Posteriormente, se añade el segmento delantero para, en cada una de las posiciones que forman el volumen de dicho espacio de trabajo, analizar las posiciones y orientaciones alcanzables por la cadena cinemática en serie de las patas delanteras.

4.1. Espacio de trabajo del segmento trasero

El análisis del espacio de trabajo del segmento trasero del robot parte de una configuración inicial en la que sus patas están fijas al tronco, tal y como se ha indicado al final de la sección anterior. En esta configuración, la movilidad del segmento trasero se determina mediante la Descomposición en Valores Singulares (SVD) de la matriz Jacobiana, siguiendo la metodología descrita en (Mollá-Santamaría et al., 2024). Este estudio confirma la existencia de 3 GDL, definiendo así su espacio de trabajo como un volumen tridimensional determinado por las variables independientes (x, y, q_{s1}) que el robot puede alcanzar respetando las restricciones cinemáticas; principalmente, la posición de agarre de las patas en las poses deseadas (G_i^{des}) y la evitación de colisiones entre el cuerpo central del segmento trasero y el tronco, entre otras. De esta manera, el mecanismo estudiado en esta subsección se trata de un mecanismo paralelo de 3 GDL, donde las garras de ambas patas permanecen ancladas al tronco mediante microespinas mientras el cuerpo central del segmento trasero puede moverse manteniendo dichas patas fijas al tronco.

Para reducir el coste computacional, el volumen se discretiza en secciones transversales o capas, en las que q_{s1} se mantiene constante. Para cada valor del actuador lineal q_{s1} , se evalúan las posiciones centrales del segmento trasero (x, y) verificando la convergencia mediante el método iterativo de Newton-Raphson. El procedimiento comienza cuando converge a un punto semilla $(x, y, q_{s1})_0$. A partir de este, la búsqueda se expande hacia los nodos vecinos en el plano xy , evaluando la convergencia en cada nueva posición para delimitar la frontera del espacio de trabajo en la misma capa, es decir, para un valor fijo de q_{s1} . Este proceso de expansión (x, y) para un valor de q_{s1} , se repite para varios valores de q_{s1} en el rango $[0, 0.1]$ m. El proceso de barrido comienza incrementando q_{s1} un paso fijo ($\Delta q_{s1} = 5 \cdot 10^{-3}$ m) desde su valor inicial hasta alcanzar el límite máximo para,

posteriormente, reducirlo hasta el valor mínimo, garantizando así un barrido completo del espacio de búsqueda.

Los resultados del análisis del espacio de trabajo WS para el segmento trasero se ilustran en la Figura 3(a). El volumen comprende un total de 64943 configuraciones admisibles, distribuidas en 17 capas. En la Figura 3(a) se observa el WS en el plano xy para los distintos valores de q_{s1} , donde la mayor extensión del actuador lineal para la cual el robot mantiene la convergencia es de $q_{s1} = 0.0717$ m. Por otra parte, la Figura 3(b) muestra el segmento trasero en una de las configuraciones admisibles dentro de este espacio de trabajo, cumpliendo con las restricciones cinemáticas y evitando colisiones.

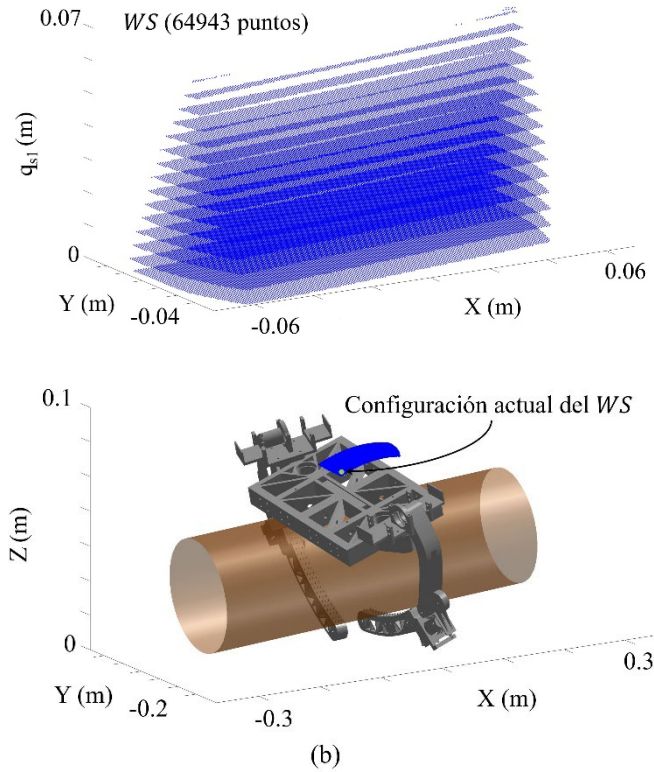


Figura 3. (a) Espacio de trabajo WS del segmento trasero. (b) Configuración del segmento trasero en una posición (señalada con la flecha) del WS .

4.2. Espacio de trabajo de las patas delanteras del robot

En esta subsección se analiza el espacio de trabajo del segmento delantero mediante la evaluación de las posiciones alcanzables de sus patas, considerando el segmento trasero fijo al tronco. Por simetría del robot, el análisis se centra en una única pata delantera, ya que los resultados son extrapolables a la otra pata. Para cada una de las configuraciones admisibles (x, y, q_{s1}) del espacio de trabajo del segmento trasero obtenidas previamente, Figura 3(a), se generan n combinaciones aleatorias para los 7 GDL que vinculan el segmento trasero con una de las patas delanteras. Estos grados de libertad incluyen los 2 GDL de la articulación cilíndrica (θ, d_1) , el relativo a la apertura d_2 del segmento delantero con respecto a la varilla de la articulación

cilíndrica central y los 4 GDL propios de la pata (q_1, q_2, q_3, q_4) , ilustrados en la Figura 4.

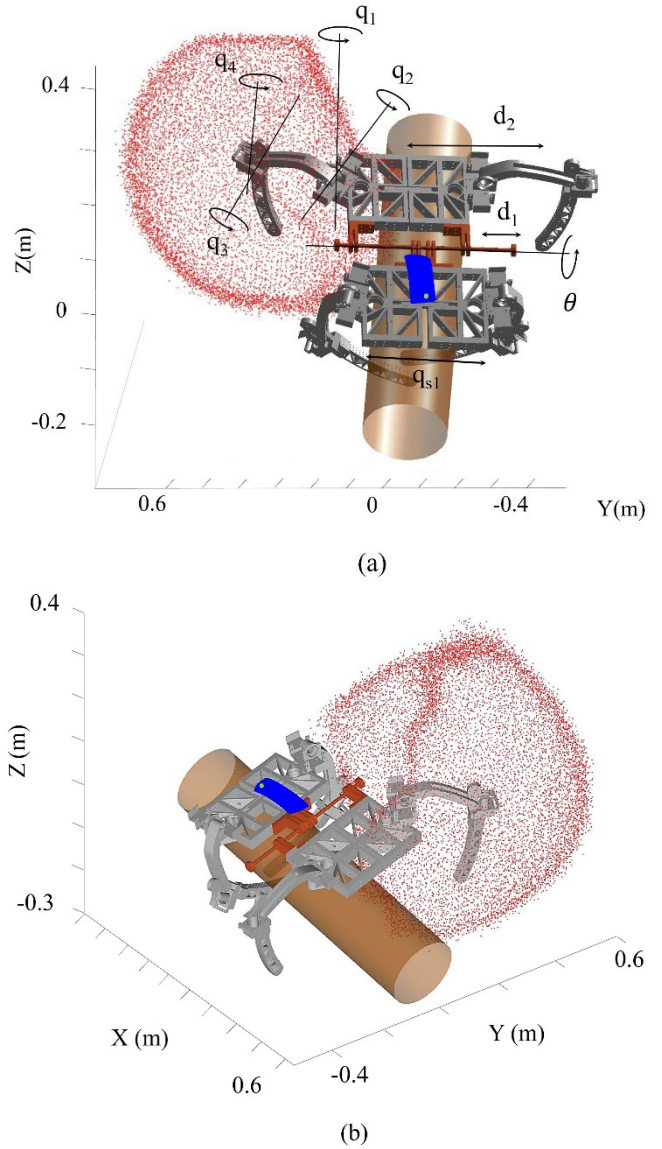


Figura 4: Espacio de trabajo del robot propuesto. Volumen azul: espacio de trabajo del segmento trasero. Volumen rojo: posiciones alcanzables para la pata delantera.

El robot en este apartado presenta una arquitectura híbrida, ya que se trata de un robot paralelo-serie. El segmento trasero, abrazado al tronco, cuenta con 3 GDL cuyo espacio de trabajo ha sido analizado en la sección anterior. A este segmento trasero se añade una cadena cinemática serie de 7GDL que se extiende desde dicho segmento hasta la garra de la pata delantera. Por lo tanto, para cada una de las configuraciones del segmento trasero que pertenecen al espacio de trabajo obtenido en la sección anterior, es posible resolver de manera directa la cinemática de la cadena serie de 7 GDL. A partir de este cálculo, y mediante un muestreo de $n = 100$ (valor que garantiza un compromiso óptimo entre precisión y coste computacional para los 7 GDL), se obtienen las posiciones alcanzables para la pata, Figura 4. La amplitud de este espacio de trabajo permite a la pata sortear irregularidades en el tronco

(como ramas o nudos) de manera más eficiente que los robots de trepado convencionales basados en ruedas (Zhao *et al.*, 2022).

Asimismo, como se muestra en la Figura 4, la intersección del espacio de trabajo tridimensional de la pata (volumen rojo) con la superficie del tronco define una región de contacto admisible lo suficientemente extensa para asegurar el agarre de la pata. Este amplio rango de posiciones garantiza la capacidad de agarre de las patas delanteras mientras el segmento trasero permanece agarrado al árbol, permitiendo así el avance del robot a lo largo del mismo.

En conclusión, los resultados obtenidos demuestran que el robot propuesto presenta una gran movilidad en entornos forestales complejos y no estructurados. Asimismo, el presente trabajo resulta fundamental para la futura planificación de la locomoción y el posicionamiento de los apoyos de las patas sobre el tronco, teniendo en cuenta los puntos alcanzables. Como línea de investigación futura, se complementará el estudio con un análisis de estabilidad en cada punto del espacio de trabajo.

Agradecimientos

Este trabajo forma parte del proyecto PID2024-159765OA-I00 financiado por MICIU/AEI/10.13039/501100011033 y FEDER, UE.

Referencias

Abhiram, R., Sadique, A., Anurag, P. V., 2026. Unmanned Aerial Vehicle for Firefighting on High Rise Structures. In: *Advances in Design, Materials, Manufacturing, and Surface Engineering (ADMMS'26)*. SAE Technical Paper 2026-28-0115.
DOI: 10.4271/2026-28-0115

Ando, H., Ambe, Y., Yamaguchi, T., Yamauchi, Y., Konyo, M., Tadakuma, K., Maruyama, S., Tadokoro, S., 2020. Fire extinguishment using a 4 m long flying-hose-type robot with multiple water-jet nozzles. *Advanced Robotics* 34(11), 700–714.
DOI: 10.1080/01691864.2020.1769723

Jazar, R. N., 2010. *Theory of applied robotics*. Springer, New York, NY.
DOI: 10.1007/978-1-4419-1750-8

Liljebäck, P., Stavadahl, O., Beitnes, A., 2006. SnakeFighter-development of a water hydraulic firefighting snake robot. In: *2006 9th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*. IEEE, pp.1–6.
DOI: 10.1109/ICARCV.2006.345311

Liljebäck, P., Pettersen, K. Y., Stavadahl, Ø., Gravdahl, J. T., 2011. Controllability and stability analysis of planar snake robot locomotion. *IEEE Transactions on Automatic Control* 56, 1365–1380.
DOI: 10.1109/TAC.2010.2088830

Mollá-Santamaría, P., Peidró, A., Fabregat-Jaén, M., Jiménez, L. M., Reinoso, Ó., 2024. Motion analysis of a tree-climbing robot. *Mechanism and Machine Theory Symposium*, 381–382.

Mollá-Santamaría, P., Peidró, A., Fabregat-Jaén, M., Payá, L., Reinoso, Ó., 2025. Kinematic analysis of a parallel-actuated cylindrical joint. *12th ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics*, ISBN: 978-3-200-10587-4.

Peidró, A., Reinoso, Ó., Gil, A., Marín, J. M., Payá, L., 2018. A method based on the vanishing of self-motion manifolds to determine the collision-free workspace of redundant robots. *Mechanism and Machine Theory* 128, 84–109.
DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2018.05.004

Steopan, M., Schonstein, C., Bogdan, A. V., 2020. Mobile robotic platform for firefighting-concept development, finissing and mockup buildup. *Acta Technica Napocensis-Series: Applied Mathematics, Mechanics, and Engineering* 63, 269–274.

Zhang, Q., Ke, G., 2015. Kinematic analysis of fire-fighting robot under the impact of waterflow recoil force. In: *2015 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*. IEEE, pp. 264–268.
DOI: 10.1109/ICMA.2015.7237494

Zhang, S., Wang, R., Tian, Y., Yao, J., Zhao, Y., 2023. Motion analysis of the fire-fighting robot and trajectory correction strategy. *Simulation Modelling Practice and Theory* 125, 102738.
DOI:10.1016/j.simpat.2023.102738.

Zhao, X., Liu, J., Lai, X., Mei, L., 2022. Modeling and driving function optimization of tree climbing robot. *Journal of Physics: Conference Series* 2390, 012096.
DOI: 10.1088/1742-6596/2390/1/012096