

Jornadas de Automática

Modelado, control y simulación de un multirrotor con rotores inclinables

Manuel Hernández-Rojo*, Antonio González-Morgado, Aníbal Ollero, Guillermo Heredia

*Grupo de Robótica, Visión y Control (GRVC), Universidad de Sevilla
Avd. de los Descubrimientos, s/n, 41092 Sevilla, España*

To cite this article: Hernández-Rojo, M., González-Morgado, A., Ollero, A., Heredia, G. 2026. Modelling, control and simulation of a multirrotor with tilting rotors. *Jornadas de Automática*, 47.
<https://doi.org/10.17979/ja-cea.2026.47.13853>

Resumen

Los multirrotores convencionales deben modificar su actitud para generar fuerzas laterales, al ser plataformas subactuadas. Esta limitación dificulta tareas donde se requiere controlar de forma independiente posición y orientación, como inspección, seguimiento de superficies o interacción física. Este artículo presenta el modelado, control e implementación en simulación de un quadrotor con rotores inclinables mediante servomotores. La inclinación de cada rotor permite generar componentes laterales de fuerza y desacoplar totalmente el control de posición del control de actitud. Se desarrolla el modelo dinámico del sistema y se formula una estrategia de asignación basada en descomponer el empuje de cada rotor en componentes verticales y laterales. Esta formulación transforma la asignación no lineal de motores y servomotores en una operación lineal sobre pseudoactuadores, facilitando su integración en PX4-Autopilot. La plataforma se valida en Gazebo mediante trayectorias con referencias independientes de posición y orientación.

Palabras clave: Robots aéreos, Tecnología robótica, Guiado, navegación y control, Robótica embebida, Modelado, Sistemas mecatrónicos

Modelling, control and simulation of a multirotor with tilting rotors

Abstract

Conventional multirotors must modify their attitude to generate lateral forces, since they are underactuated platforms. This limitation hinders tasks where independent control of position and orientation is required, such as inspection, surface tracking, or physical interaction. This paper presents the modelling, control, and simulation implementation of a quadrotor with tilting rotors actuated by servomotors. The tilt of each rotor allows lateral force components to be generated and decouples position control from attitude control. The dynamic model of the system is developed, and an allocation strategy is formulated by decomposing each rotor thrust into vertical and lateral components. This formulation transforms the nonlinear motor and servomotor allocation problem into a linear operation over pseudo-actuators, facilitating its integration within PX4-Autopilot. The platform is validated in Gazebo through trajectories with independent position and orientation references.

Keywords: Flying robots, Robotics technology, Guidance navigation and control, Embedded robotics, Modeling, Mechatronic systems

*Autor para correspondencia: mhernandez16@us.es
Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)

1. Introducción

Los robots aéreos se han consolidado como una solución eficaz para tareas de inspección, monitorización y operación en entornos de difícil acceso. En particular, la robótica aérea de interacción física permite que estas plataformas no solo observen el entorno, sino que también interactúen con él mediante contacto o aplicación de fuerzas (González-Morgado et al., 2023; Mellet et al., 2025). Estas capacidades son especialmente relevantes en tareas de inspección y mantenimiento de infraestructuras, donde puede ser necesario mantener una orientación determinada mientras se ejerce una fuerza sobre el entorno.

A pesar de su amplia utilización, los multirrotores convencionales son sistemas subactuados. En configuraciones coplanarias, la fuerza generada por los rotores está alineada con el eje vertical del cuerpo, por lo que el vehículo debe modificar su actitud para producir fuerzas laterales. Esto acopla el movimiento de traslación y la orientación de la plataforma, limitando su uso en tareas que requieren controlar de forma independiente la posición y la actitud. Para superar esta limitación, se han propuesto arquitecturas con mayor grado de actuación, incluyendo multirrotores con rotores fijos inclinados, plataformas omnidireccionales y sistemas con rotores inclinables (Hamandi et al., 2021; Rajappa et al., 2015; Brescianini and D'Andrea, 2016; Park et al., 2018). Los rotores fijos inclinados permiten generar fuerzas en direcciones adicionales, pero pueden introducir fuerzas internas que reducen la eficiencia en vuelo estacionario. En cambio, los rotores inclinables modifican la dirección del empuje durante el vuelo, generando fuerzas laterales únicamente cuando la misión lo requiere (Ryll et al., 2016; Kamel et al., 2018; Allenspach et al., 2020; Bodie et al., 2023).

Este trabajo presenta el modelado, control e implementación en simulación de un quadrotor en configuración X con rotores inclinables. La plataforma puede generar fuerzas laterales gracias a sus servomotores, que inclinan los motores de forma independiente, permitiendo desacoplar el control de posición y actitud. Para validar la propuesta, se implementa una arquitectura completa de control en PX4, un ecosistema abierto para vehículos autónomos, y se evalúa mediante simulaciones en Gazebo, un entorno de simulación robótica. Mediante un cambio de variables, el problema de asignación no lineal de acciones de control de motores y servomotores se transforma en un problema lineal.

Las principales contribuciones de este trabajo son:

- Modelado y control de una plataforma de rotores inclinables.
- Implementación en PX4 de una arquitectura completa de control para el seguimiento independiente de referencias de posición y actitud, así como validación de la arquitectura de control propuesta mediante simulaciones en Gazebo.

El resto del artículo se organiza de la siguiente forma. La Sección 2 describe la plataforma aérea considerada y su configuración de rotores inclinables. La Sección 3 presenta el modelo dinámico del sistema, incluyendo la generación de fuerzas y momentos, mientras la Sección 4 describe la arquitectura de control propuesta y la estrategia de asignación empleada.

Los resultados de simulación se presentan en la Sección 5. Finalmente, las conclusiones se recogen en la Sección 6.

2. Descripción de la plataforma

La plataforma aérea utilizada está basada en un quadrotor con configuración en X, como se muestra en la Figura 1. Los cuatro motores se distribuyen simétricamente alrededor del centro de masas, a distancia $\sqrt{2}L$ respecto al centro O_B . La numeración se define de forma que los motores 1 y 3 se sitúan en el semiplano positivo de $\mathbf{x}_B$, mientras que los motores 2 y 4 ocupan las posiciones opuestas, formando las dos diagonales de la configuración en X. Los sentidos de giro de los rotores se alternan entre motores consecutivos para compensar el par de arrastre total en vuelo estacionario.

Cada brazo puede girar de forma independiente mediante un servomotor fijado al cuerpo de la plataforma, como se muestra en la Figura 1-a. Este movimiento inclina el conjunto brazo-motor, modificando la dirección del empuje generado por cada hélice. El ángulo de inclinación del rotor i se denota como α_i , con $i \in \{1, 2, 3, 4\}$. De esta forma, la plataforma puede producir fuerzas laterales en el sistema de referencia del cuerpo sin inclinar necesariamente su estructura principal.

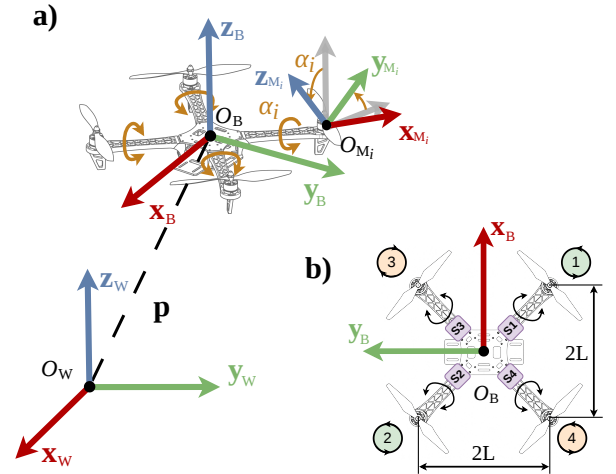


Figura 1: Descripción geométrica de la plataforma aérea. a) Sistema de referencia del cuerpo $\mathcal{F}_B$ y orientación respecto al sistema inercial $\mathcal{F}_W$, sistema de referencia $\mathcal{F}_{M_i}$ asociado al rotor i y definición del ángulo de inclinación α_i . b) Disposición de los rotores y sentido de giro en configuración X.

3. Modelado del sistema

3.1. Dinámica de la plataforma aérea

Como se ha representado en la Figura 1, se define un sistema inercial $\mathcal{F}_W = \{O_W, \mathbf{x}_W, \mathbf{y}_W, \mathbf{z}_W\}$ y un sistema ligado al cuerpo $\mathcal{F}_B = \{O_B, \mathbf{x}_B, \mathbf{y}_B, \mathbf{z}_B\}$, cuyo origen se sitúa en el centro de masas de la plataforma. Además, cada rotor tiene asociado un sistema $\mathcal{F}_{M_i}$, con $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, situado en el centro de la hélice. El eje $\mathbf{z}_{M_i}$ es perpendicular al plano de la hélice y coincide con la dirección de empuje, por lo que la orientación de $\mathcal{F}_{M_i}$ respecto a $\mathcal{F}_B$ depende del ángulo de inclinación α_i .

La posición del quadrotor respecto O_W se denota como $\mathbf{p} = [x, y, z]^T \in \mathbb{R}^3$, y su velocidad lineal como $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$, ambas expresadas en el sistema inercial $\mathcal{F}_W$. La orientación se representa mediante los ángulos de Euler $\boldsymbol{\eta} = [\phi, \theta, \psi]^T \in \mathbb{R}^3$

o, equivalentemente, mediante la matriz de rotación ${}^w\mathbf{R}_B \in \text{SO}(3)$. La velocidad angular de la plataforma, expresada en $\mathcal{F}_B$, se denota como $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$.

El vector de estado se define como:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{p}^\top \quad \boldsymbol{\eta}^\top \quad \mathbf{v}^\top \quad \boldsymbol{\omega}^\top \quad \boldsymbol{\omega}_R^\top \quad \boldsymbol{\alpha}_S^\top]^\top \in \mathbb{R}^{20}, \quad (1)$$

donde $\boldsymbol{\omega}_R = [\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4]^\top \in \mathbb{R}^4$ recoge las velocidades de giro de los motores y $\boldsymbol{\alpha}_S = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4]^\top \in \mathbb{R}^4$ los ángulos de inclinación de los servomotores. La entrada de control se define como:

$$\mathbf{u} = [\boldsymbol{\omega}_{R,ref}^\top \quad \boldsymbol{\alpha}_{S,ref}^\top]^\top \in \mathbb{R}^8, \quad (2)$$

donde $\boldsymbol{\omega}_{R,ref} \in \mathbb{R}^4$ y $\boldsymbol{\alpha}_{S,ref} \in \mathbb{R}^4$ representan las velocidades de rotación y ángulos de referencias de los motores y servomotores respectivamente. Con estas definiciones, la dinámica del sistema puede expresarse en forma de espacio de estados $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ como:

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{v}, \quad (3)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{T}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\omega}, \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{1}{m} ({}^w\mathbf{R}_B \mathbf{f}_R - m\mathbf{g}\mathbf{z}_w), \quad (5)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}_B^{-1} (-\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}_B \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\tau}_R), \quad (6)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_R = \frac{1}{\tau_M} (\boldsymbol{\omega}_{R,ref} - \boldsymbol{\omega}_R), \quad (7)$$

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}}_S = \frac{1}{\tau_S} (\boldsymbol{\alpha}_{S,ref} - \boldsymbol{\alpha}_S). \quad (8)$$

En estas ecuaciones, $\mathbf{T}(\boldsymbol{\eta}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ relaciona la velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$, expresada en el sistema de referencia ligado al cuerpo $\mathcal{F}_B$, con las derivadas de los ángulos de Euler, $\mathbf{J}_B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la matriz de inercia de la plataforma y $m \in \mathbb{R}^+$ es la masa de la plataforma. Suponemos que los motores y servomotores contienen controladores internos, lo que permite modelarlos como sistemas de primer orden en bucle cerrado con constantes de tiempo τ_M y τ_S , respectivamente. Finalmente, $\mathbf{f}_R \in \mathbb{R}^3$ y $\boldsymbol{\tau}_R \in \mathbb{R}^3$ son la fuerza y el par generados por los rotores, expresados en $\mathcal{F}_B$.

En este modelo se desprecia el arrastre aerodinámico del cuerpo, así como la interacción aerodinámica entre rotores. Se consideran únicamente el empuje y el par de arrastre generados por las hélices, necesarios para generar $\mathbf{f}_R$ y $\boldsymbol{\tau}_R$.

3.2. Generación de fuerzas y pares

La generación de fuerzas y pares se modela a partir de las velocidades de giro de los motores $\boldsymbol{\omega}_R$ y de los ángulos de inclinación de los rotores $\boldsymbol{\alpha}_S$. Para cada rotor, el empuje y el par de arrastre se aproximan mediante el modelo cuadrático:

$$T_i = k_f \omega_i^2, \quad \tau_i = \sigma_i k_m \omega_i^2, \quad (9)$$

donde T_i es el empuje generado por el rotor i , τ_i es su par de arrastre, k_f y k_m son los coeficientes de empuje y par, respectivamente, y $\sigma_i \in \{-1, 1\}$ define el sentido de giro del rotor. En la configuración considerada se adopta $\sigma_i = (-1)^{i+1}$, de forma que los sentidos de giro se alternan entre rotores consecutivos.

De acuerdo con la numeración definida anteriormente, se define $\mathbf{r}_i$ como el vector desde el centro de masas de la plataforma hasta el centro del rotor i , expresado en el sistema del

cuerpo $\mathcal{F}_B$. Para la configuración de quadrotor en X considerada, se tiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= [L, -L, 0]^\top, & \mathbf{r}_2 &= [-L, L, 0]^\top, \\ \mathbf{r}_3 &= [L, L, 0]^\top, & \mathbf{r}_4 &= [-L, -L, 0]^\top. \end{aligned} \quad (10)$$

Cada rotor puede modificar su orientación mediante una rotación alrededor del eje definido por el brazo correspondiente. Por tanto, definiendo $\ell = \sqrt{L^2 + L^2}$ como la distancia de cada motor al centro de la plataforma, la dirección lateral asociada al rotor i queda $\mathbf{e}_{l_i} = \mathbf{e}_{r_i} \times \mathbf{e}_z$, donde $\mathbf{e}_{r_i} = \mathbf{r}_i/\ell$ y $\mathbf{e}_z = [0, 0, 1]^\top$. Con esta convención, la dirección de empuje del rotor i en el sistema del cuerpo $\mathcal{F}_B$ se expresa como:

$$\mathbf{d}_i = \cos \alpha_i \mathbf{e}_z + \sin \alpha_i \mathbf{e}_{l_i}. \quad (11)$$

Por tanto, la fuerza total generada por los rotores expresada en $\mathcal{F}_B$, se obtiene como:

$$\mathbf{f}_R = \sum_{i=1}^4 {}^B\mathbf{R}_{M_i} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_i \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^4 T_i \mathbf{d}_i, \quad (12)$$

donde ${}^B\mathbf{R}_{M_i} \in \text{SO}(3)$ es la matriz de rotación de $\mathcal{F}_{M_i}$ a $\mathcal{F}_B$.

De forma análoga, el par total aplicado sobre la plataforma se obtiene sumando el momento generado por el empuje y el par de arrastre de cada hélice:

$$\boldsymbol{\tau}_R = \sum_{i=1}^4 (\mathbf{r}_i \times T_i \mathbf{d}_i + \tau_i \mathbf{d}_i). \quad (13)$$

Con estas definiciones, la relación entre las velocidades de giro $\boldsymbol{\omega}_R$, los ángulos de inclinación $\boldsymbol{\alpha}_S$ y las fuerzas $\mathbf{f}_R$ y pares $\boldsymbol{\tau}_R$ generados puede escribirse como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_R \\ \boldsymbol{\tau}_R \end{bmatrix} = \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}_S) \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \omega_2^2 & \omega_3^2 & \omega_4^2 \end{bmatrix}^\top. \quad (14)$$

Definiendo $c_i = \cos \alpha_i$ y $s_i = \sin \alpha_i$, la matriz $\mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}_S) \in \mathbb{R}^{6 \times 4}$ queda dada en (15). En esta matriz, las tres primeras filas representan la contribución de cada rotor a la fuerza total, mientras que las tres últimas representan su contribución al par total. La matriz $\mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}_S)$ depende de los ángulos de inclinación de los rotores, por lo que las velocidades de giro y los ángulos de inclinación aparecen acoplados de forma no lineal. La estrategia empleada para resolver el problema de asignación de fuerzas y pares a las acciones de control de motores y servomotores se describe en la Sección 4.3.

4. Control

El controlador propuesto se basa en la arquitectura en cascada de multirotores coplanarios, cuyos componentes principales son control de posición, control de actitud y asignación de control, como se muestra en la Figura 2. A diferencia de un multirrotor coplanario convencional, para la plataforma propuesta la actitud se introduce como una referencia independiente y no se calcula a partir de la fuerza deseada. Así, el control de posición genera una fuerza tridimensional y el control de actitud genera el par requerido, agrupándose ambas magnitudes en un vector de seis componentes que se asigna posteriormente a motores y servomotores, resolviendo para ello el problema de asignación.

$$\mathbf{H}(\alpha_S) = \begin{bmatrix} -\frac{k_f L}{\ell} s_1 & \frac{k_f L}{\ell} s_2 & \frac{k_f L}{\ell} s_3 & -\frac{k_f L}{\ell} s_4 \\ -\frac{k_f L}{\ell} s_1 & \frac{k_f L}{\ell} s_2 & -\frac{k_f L}{\ell} s_3 & \frac{k_f L}{\ell} s_4 \\ k_f c_1 & k_f c_2 & k_f c_3 & k_f c_4 \\ -k_f L c_1 - \frac{k_m L}{\ell} s_1 & k_f L c_2 - \frac{k_m L}{\ell} s_2 & k_f L c_3 + \frac{k_m L}{\ell} s_3 & -k_f L c_4 + \frac{k_m L}{\ell} s_4 \\ -k_f L c_1 - \frac{k_m L}{\ell} s_1 & k_f L c_2 - \frac{k_m L}{\ell} s_2 & -k_f L c_3 - \frac{k_m L}{\ell} s_3 & k_f L c_4 - \frac{k_m L}{\ell} s_4 \\ -k_f \ell s_1 + k_m c_1 & -k_f \ell s_2 - k_m c_2 & -k_f \ell s_3 + k_m c_3 & -k_f \ell s_4 - k_m c_4 \end{bmatrix} \quad (15)$$

4.1. Control de posición

El control de posición está estructurado en cascada. La referencia de trayectoria proporciona posición, velocidad y aceleración deseadas, denotadas como $\mathbf{p}_{\text{ref}}$, $\mathbf{v}_{\text{ref}}$ y $\mathbf{a}_{\text{ref}}$. En primer lugar, el lazo de posición calcula una velocidad deseada $\mathbf{v}_{\text{sp}}$ a partir del error de posición $\mathbf{e}_p = \mathbf{p}_{\text{ref}} - \mathbf{p}$ como:

$$\mathbf{v}_{\text{sp}} = \mathbf{v}_{\text{ref}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e}_p, \quad (16)$$

donde $\mathbf{K}_p$ es la matriz de ganancia de posición. Posteriormente, el lazo de velocidad calcula la aceleración deseada a partir del error de velocidad $\mathbf{e}_v = \mathbf{v}_{\text{sp}} - \mathbf{v}$ como:

$$\mathbf{a}_d = \mathbf{a}_{\text{ref}} + \mathbf{K}_v \mathbf{e}_v + \mathbf{K}_i \int \mathbf{e}_v dt + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_v, \quad (17)$$

donde $\mathbf{K}_v$, $\mathbf{K}_i$ y $\mathbf{K}_d$ son las ganancias del controlador PID de velocidad.

En la plataforma considerada, al poder generar fuerzas laterales, la aceleración se convierte directamente en una fuerza deseada expresada en $\mathcal{F}_W$:

$$\mathbf{f}_{W,d} = m(\mathbf{a}_d + g\mathbf{z}_W). \quad (18)$$

Dado que la actitud deseada se recibe de forma independiente, la fuerza a generar por los motores se transforma a ejes cuerpo $\mathcal{F}_B$ como:

$$\mathbf{f}_R = {}^W \mathbf{R}_B^T \mathbf{f}_{W,d}. \quad (19)$$

Por tanto, la salida del control de posición es una fuerza tridimensional $\mathbf{f}_R = [f_x, f_y, f_z]^T$, que se envía al bloque de asignación de control.

4.2. Control de actitud

El control de actitud sigue de nuevo una estructura en cascada. A partir de la orientación deseada de la plataforma, representada mediante el cuaternión $\mathbf{q}_{\text{ref}}$, y de la orientación estimada $\mathbf{q}$, se calcula el cuaternión de error

$$\mathbf{q}_e = \mathbf{q}^{-1} \otimes \mathbf{q}_{\text{ref}}. \quad (20)$$

La parte vectorial de este cuaternión se emplea para definir el error de actitud $\mathbf{e}_q = 2 \text{sgn}(q_{e,0}) \mathbf{q}_{e,v}$, donde $q_{e,0}$ y $\mathbf{q}_{e,v}$ son la parte escalar y vectorial del cuaternión de error, respectivamente. El lazo de actitud genera entonces una referencia de velocidad angular expresada en $\mathcal{F}_B$ como:

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{ref}} = \mathbf{K}_q \mathbf{e}_q + \boldsymbol{\omega}_{ff}, \quad (21)$$

donde $\mathbf{K}_q$ es la ganancia proporcional del controlador de actitud y $\boldsymbol{\omega}_{ff}$ representa el término *feedforward* de velocidad angular, asociado principalmente a la referencia de guiñada.

A continuación, el lazo de velocidad angular calcula el error de velocidad angular como $\mathbf{e}_\omega = \boldsymbol{\omega}_{\text{ref}} - \boldsymbol{\omega}$, donde $\boldsymbol{\omega}$ es la velocidad angular estimada de la plataforma. A partir de este error, se obtiene el par deseado en $\mathcal{F}_B$ mediante una ley PID:

$$\boldsymbol{\tau}_R = \mathbf{K}_\omega \mathbf{e}_\omega + \mathbf{K}_{\omega,I} \int \mathbf{e}_\omega dt + \mathbf{K}_{\omega,D} \dot{\mathbf{e}}_\omega. \quad (22)$$

Finalmente, la fuerza deseada generada por el control de posición y el par deseado generado por el control de velocidad angular se agrupan en el *wrench* de referencia $\mathbf{w}_d = [\mathbf{f}_R^T, \boldsymbol{\tau}_R^T]^T$. Este vector $\mathbf{w}_d$ contiene las tres componentes de fuerza y las tres componentes de par que debe generar la plataforma para seguir las referencias de posición y actitud dadas.

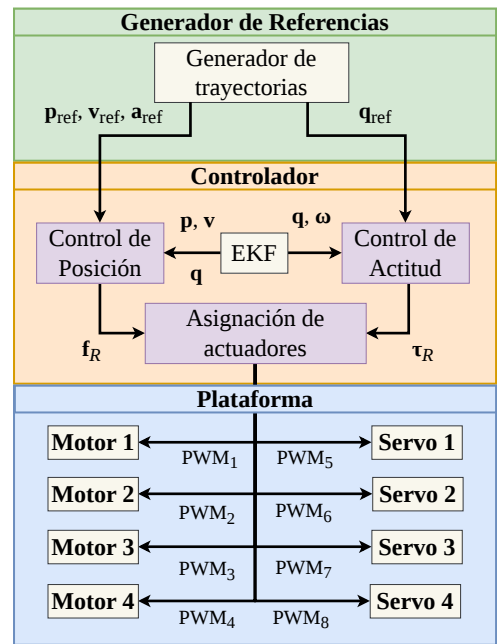


Figura 2: Flujo de control de la plataforma.

4.3. Asignación de control

El objetivo de la asignación de control es obtener las referencias de velocidad de giro e inclinación de cada rotor a partir del *wrench* deseado $\mathbf{w}_d$. La relación entre el *wrench* $\mathbf{w}_d$ y los actuadores ($\boldsymbol{\omega}_R$ y α_S) mediante $\mathbf{H}(\alpha_S)$ es no lineal, ya que esta matriz depende de los ángulos de inclinación α_S . Para obtener una formulación lineal, el empuje de cada rotor se descompone en una componente vertical f_{vi} y una componente lateral f_{li} como:

$$f_{vi} = k_f \omega_i^2 \cos \alpha_i, \quad f_{li} = k_f \omega_i^2 \sin \alpha_i. \quad (23)$$

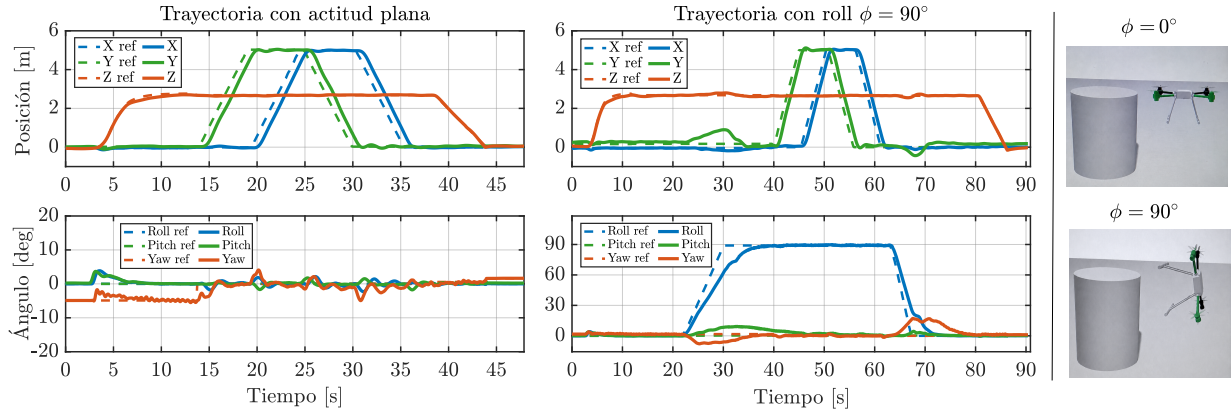


Figura 3: Comparativa de resultados. Izquierda: seguimiento de posición (arriba) y actitud (abajo) de la plataforma durante las operaciones. Derecha: capturas de la plataforma simulada en Gazebo.

Usando las direcciones $\mathbf{e}_z$ y $\mathbf{e}_{l_i}$ definidas en la Sección 3.2, la fuerza generada por el rotor i puede escribirse como:

$$\mathbf{f}_i = f_{v_i} \mathbf{e}_z + f_{l_i} \mathbf{e}_{l_i}, \quad (24)$$

donde la fuerza $\mathbf{f}_i$ se descompone en la componente vertical f_{v_i} y la componente horizontal f_{l_i} . Así mismo, definiendo $\gamma = k_m/k_f$, el par de arrastre asociado al rotor i queda:

$$\tau_{drag,i} = \sigma_i \gamma (f_{v_i} \mathbf{e}_z + f_{l_i} \mathbf{e}_{l_i}). \quad (25)$$

Por tanto, la contribución del rotor i al *wrench* total puede expresarse como:

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{a}_{v_i} f_{v_i} + \mathbf{a}_{l_i} f_{l_i}, \quad (26)$$

donde las columnas de asignación vertical y lateral son:

$$\mathbf{a}_{v_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_z \\ \mathbf{r}_i \times \mathbf{e}_z + \sigma_i \gamma \mathbf{e}_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_{l_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{l_i} \\ \mathbf{r}_i \times \mathbf{e}_{l_i} + \sigma_i \gamma \mathbf{e}_{l_i} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Apilando las contribuciones de los cuatro rotores, el problema de asignación queda escrito de forma lineal como $\mathbf{w}_d = \mathbf{A}_s \mathbf{f}_{dec}$, donde se tiene:

$$\mathbf{A}_s = [\mathbf{a}_{v_1} \quad \mathbf{a}_{l_1} \quad \cdots \quad \mathbf{a}_{v_4} \quad \mathbf{a}_{l_4}] \in \mathbb{R}^{6 \times 8}, \quad (28)$$

$$\mathbf{f}_{dec} = [f_{v_1} \quad f_{l_1} \quad \cdots \quad f_{v_4} \quad f_{l_4}]^T \in \mathbb{R}^8.$$

Con este cambio, la matriz $\mathbf{A}_s$ no depende de los ángulos α_S . Sin embargo, es una matriz rectangular, la cual representa un sistema de ecuaciones lineales subdeterminado, al tener más columnas (incógnitas) que filas (ecuaciones). Por tanto, las componentes verticales y laterales requeridas por cada rotor se pueden calcular mediante la pseudoinversa de Moore-Penrose como:

$$\mathbf{f}_{dec} = \mathbf{A}_s^\dagger \mathbf{w}_d, \quad (29)$$

lo que resulta en la solución de norma mínima del sistema subdeterminado. Finalmente, las referencias físicas de cada rotor se recuperan a partir de las componentes asignadas como:

$$\omega_{i,ref}^2 = \frac{\sqrt{f_{v_i}^2 + f_{l_i}^2}}{k_f}, \quad \alpha_{i,ref} = \text{atan2}(f_{l_i}, f_{v_i}). \quad (30)$$

De esta forma, el problema no lineal definido por $\mathbf{H}(\alpha_S)$ se transforma en una asignación lineal sobre los pseudoactuadores $\mathbf{f}_{dec}$. La inclinación de cada rotor se obtiene a partir de la dirección de la fuerza asignada, mientras que la velocidad de giro se obtiene a partir de su módulo.

5. Resultados de la simulación

La arquitectura de control propuesta se valida mediante simulaciones en Gazebo. Para implementar la arquitectura propuesta, se ha modificado el software *open-source* PX4-Autopilot. Se consideran dos experimentos sobre una trayectoria cuadrada en el plano horizontal: a) uno con actitud plana ($\phi = \theta = 0^\circ$) y b) uno con una referencia de roll de 90° . Esta comparación permite evaluar la capacidad del sistema para controlar la posición y la actitud de manera independiente.

Los principales parámetros empleados en simulación se recogen en la Tabla 1. Para introducir incertidumbres no consideradas en el controlador, el modelo incluye un centro de masas desplazado ${}^B \mathbf{r}_G$ y términos de inercia cruzados distintos de cero i_{xy} y i_{yz} .

Tabla 1: Parámetros empleados en las simulaciones.

Parámetro	Valor	Unidad
Masa, m	2.50	kg
Posición del centro de masas, ${}^B \mathbf{r}_G$	(0,03, 0,015, 0,058)	m
Inercia, i_{xx}	0.021	kg m ²
Inercia, i_{yy}	0.024	kg m ²
Inercia, i_{zz}	0.025	kg m ²
Inercia cruzada, i_{xy}, i_{yz}	$-2,589 \times 10^{-5}$	kg m ²
Inercia cruzada, i_{xz}	$-3,0 \times 10^{-3}$	kg m ²
Distancia al centro, ℓ	0.16	m
Constante de tiempo motores, τ_M	0.05	s
Constante de tiempo servos, τ_S	0.2	s
Coefficiente de empuje, k_f	$2,0 \times 10^{-5}$	N/(rad/s) ²
Coefficiente de par, k_m	$1,0 \times 10^{-6}$	Nm/(rad/s) ²

5.1. Comparativa entre actitud plana e inclinada

Los resultados de simulación se muestran en la Figura 3, donde se compara el seguimiento de posición y actitud en los casos de actitud plana e inclinación de 90° . En ambos, la plataforma sigue la trayectoria horizontal y mantiene una orientación próxima a la referencia impuesta. Así mismo, se incluyen capturas de la plataforma volando en la simulación de Gazebo.

Para analizar en detalle los resultados obtenidos, las Figuras 4 y 5 muestran las salidas normalizadas de los motores ($\omega_i/\omega_{\max}$ donde $\omega_{\max}$ es la velocidad máxima del motor)

y los ángulos de los servomotores para cada caso. En el caso de actitud plana (Figura 4), se observa como los motores tienen valores similares, mientras que los servomotores están en torno a 0° cuando la plataforma está en *hover* entre 5 s y 12 s. Sin embargo, para poder realizar movimientos laterales sin inclinarse los servomotores se giran hasta $\pm 20^\circ$.

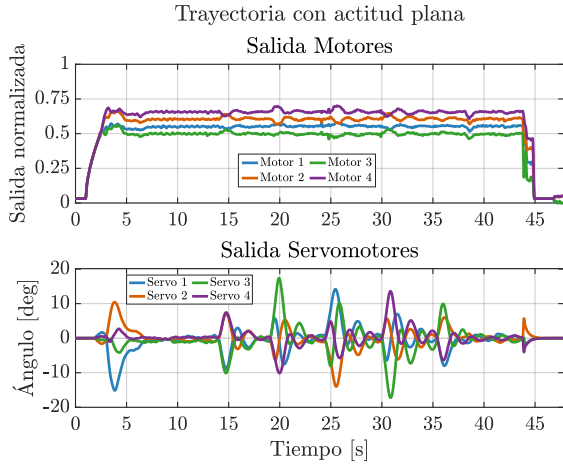


Figura 4: Salidas normalizadas de los motores y ángulos de los servomotores para el caso de actitud plana.

Para el caso de actitud con $\phi = 90^\circ$ (Figura 5), se observa como los motores siguen manteniendo valores similares a lo largo del tiempo. Sin embargo, cuando la plataforma empieza a rotar en *roll*, el valor medio de las velocidades de los motores se ve incrementado. Esto se debe a que se empiezan a generar fuerzas internas que se cancelan, cayendo el rendimiento y siendo necesario generar más empuje por motor para mantener la altura. Así mismo, los servomotores giran hasta valores cercanos a 90° , ya que deben reorientarse para poder seguir compensando la gravedad con la nueva orientación.

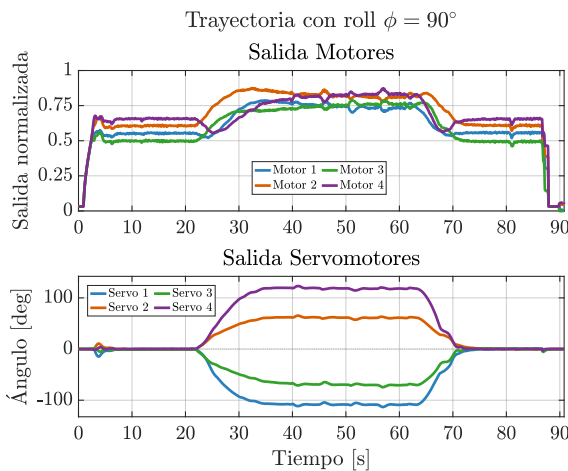


Figura 5: Salidas normalizadas de los motores y ángulos de los servomotores para el caso con referencia de roll de $\phi_{ref} = 90^\circ$.

6. Conclusiones

Este artículo ha presentado el modelado, control e implementación en simulación de un quadrotor en X con rotores inclinables independientes. Se ha formulado la dinámica de

la plataforma y la generación de fuerzas y pares, y se ha implementado la asignación no lineal mediante pseudoactuadores, implementándola en PX4-Autopilot. Los resultados de simulación demuestran la viabilidad de la arquitectura para generar fuerzas laterales mediante la inclinación de los rotores, desacoplando control de posición del control de actitud. La arquitectura propuesta se ha validado mediante el seguimiento de trayectorias con orientación plana y con orientación de la plataforma a 90° , usando para ello simulaciones en Gazebo.

Como trabajo futuro se plantea la construcción y la validación experimental de la plataforma. Así mismo, al haberse empleado un único conjunto de ganancias PID, se estudiarán estrategias como *gain scheduling* para ajustar los controladores a medida que cambia la actitud de la plataforma.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por la acción Marie Curie RAICAM (GA-101072634) y por el proyecto AEROSUB (GA-101189723), financiados por la Comisión Europea, así como por el proyecto MARTIN (PID2022-143267OB-I00), financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y por FEDER, “Una manera de hacer Europa”.

Referencias

- Allenspach, M., Bodie, K., Brunner, M., Rinsoz, L., Taylor, Z., Kamel, M., Siegwart, R., Nieto, J., 2020. Design and optimal control of a tiltrotor micro-aerial vehicle for efficient omnidirectional flight. *The International Journal of Robotics Research* 39 (10-11), 1305–1325. DOI: 10.1177/0278364920943654
- Bodie, K., Brunner, M., Allenspach, M., 2023. Omnidirectional tilt-rotor flying robots for aerial physical interaction: modelling, control, design and experiments. Vol. 157. Springer Nature. DOI: 10.1007/978-3-031-45497-4
- Brescianini, D., D’Andrea, R., 2016. Design, modeling and control of an omni-directional aerial vehicle. In: 2016 ICRA. IEEE, pp. 3261–3266. DOI: 10.1109/ICRA.2016.7487497
- González-Morgado, A., Álvarez-Cía, C., Heredia, G., Ollero, A., 2023. Fully-actuated, corner contact aerial robot for inspection of hard-to-reach bridge areas. In: 2023 ICUAS. IEEE, pp. 1191–1198. DOI: 10.1109/ICUAS57906.2023.10156580
- Hamandi, M., Usai, F., Sablé, Q., Staub, N., Tognon, M., Franchi, A., 2021. Design of multirotor aerial vehicles: a taxonomy based on input allocation. *The International Journal of Robotics Research* 40 (8-9), 1015–1044. DOI: 10.1177/02783649211025998
- Kamel, M., Verling, S., Elkhatib, O., Sprecher, C., Wulkop, P., Taylor, Z., Siegwart, R., Gilitschenski, I., 2018. The Voliro omniorientational hexacopter: an agile and maneuverable tilttable-rotor aerial vehicle. *IEEE Robotics & Automation Magazine* 25 (4), 34–44. DOI: 10.1109/MRA.2018.2866758
- Mellet, J., Berra, A., Marcellini, S., Soto, M. Á. T., Heredia, G., Ruggiero, F., Lippiello, V., 2025. Design and control of an omnidirectional aerial robot with a miniaturized haptic joystick for physical interaction. In: 2025 ICUAS. IEEE, pp. 340–346. DOI: 10.1109/ICUAS65942.2025.11007780
- Park, S., Lee, J., Ahn, J., Kim, M., Her, J., Yang, G.-H., Lee, D., 2018. ODAR: aerial manipulation platform enabling omnidirectional wrench generation. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 23 (4), 1907–1918. DOI: 10.1109/TMECH.2018.2848255
- Rajappa, S., Ryll, M., Bühlhoff, H. H., Franchi, A., 2015. Modeling, control and design optimization for a fully-actuated hexarotor aerial vehicle with tilted propellers. In: 2015 ICRA. IEEE, pp. 4006–4013. DOI: 10.1109/ICRA.2015.7139759
- Ryll, M., Bicco, D., Franchi, A., 2016. Modeling and control of FAST-Hex: a fully-actuated by synchronized-tilting hexarotor. In: 2016 IEEE/RSJ IROS. IEEE, pp. 1689–1694. DOI: 10.1109/IROS.2016.7759271