



Padrões no 2.º ano do Ensino Básico

Patterns in the 2nd Grade

Joana Silva*, Ema Mamede**

* AEME, **CIEC – Universidade do Minho

Resumo

Este artigo aborda os padrões em sala de aula com alunos do 2.º ano do Ensino Básico. Procura responder às seguintes questões: 1) Como entendem os alunos tarefas envolvendo padrões de repetição e de crescimento, na sala de aula? 2) Quais as dificuldades e as facilidades por eles sentidas na resolução destas tarefas? Adotou-se uma metodologia de investigação qualitativa com estudo de casos múltiplos, tendo-se estudado um par de alunos competentes em Matemática, outro de alunos razoáveis, e um terceiro de alunos com dificuldades em Matemática. Apresentam-se os resultados e algumas implicações educacionais dos mesmos.

Palavras chave: padrões, raciocínio e comunicação matemática, resolução de problemas.

Introdução

As tarefas que cada professor seleciona constituem a base para a aprendizagem dos alunos e a sua natureza influencia, de forma significativa, o tipo de trabalho que é desenvolvido na aula de Matemática. A investigação desenvolvida no âmbito da Educação Matemática tem mostrado que as crianças devem ter oportunidade de contactar com experiências algébricas desde a educação de infância, de forma a contribuir para uma contínua formulação de generalizações. Esta abordagem à Pré-Álgebra desde o jardim-de-infância deve ser abordada com recurso à exploração de padrões que sejam estimulantes, promovendo a análise e descrição dos mesmos pelas crianças. A exploração de padrões constitui uma estratégia poderosa de resolução de problemas não rotineiros e estes, por sua vez, são um poderoso caminho que envolve os alunos na exploração e formalização de regularidades, levando-os a conjecturar, a verbalizar relações entre os vários elementos do padrão e a generalizar. Contudo, os padrões parecem ser pouco valorizados pelos professores dos anos iniciais de escolaridade, havendo por isso necessidade de divulgar experiências de ensino e intervenções em sala de aula que promovam a integração deste tópico nas práticas de aulas de matemática.

Os padrões no ensino básico

De acordo com Orton (1999), umas das dificuldades em definir padrão reside no facto da palavra ter uma variedade de significados diferentes, podendo por

exemplo ser usada para referir uma disposição particular ou arranjo de formas, cores ou sons onde se detetam regularidades. O termo padrão é de difícil definição, mas da literatura podemos depreender que se associa a termos como regularidade, sequência, ordem e estrutura.

Relativamente aos tipos de padrões existentes, Orton (1999) considera que se podem distinguir padrões dentro do campo geométrico, onde o tipo de regularidade assenta na ideia de simetria, ou ainda dentro do campo numérico (sequência numérica). Vale e Pimentel (2009) distinguem padrões de repetição e de crescimento afirmando: “um padrão de repetição é um padrão no qual há um motivo identificável que se repete de forma cíclica indefinidamente” e “nos padrões de crescimento, cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior. Há padrões de crescimento lineares e não lineares, ou seja, cuja tradução algébrica pode ser feita, ou não, através de uma expressão polinomial do 1º grau” (p.14). Zazkis e Liljedahl (2012) dividiram-nos da seguinte forma: padrões numéricos, padrões geométricos, padrões em procedimentos computacionais, padrões lineares e quadráticos, e padrões repetidos. Mas, mais do que ressaltar a diversidade de classificações de tipos de padrões existentes na literatura, interessa aqui centrar a atenção nos contextos em que os padrões podem surgir.

Este trabalho aborda maioritariamente padrões de repetição. Os diferentes contextos em que podem surgir são relevantes, destacando-se em particular os contextos numéricos e figurativos.

Conhecer as reações dos alunos a tarefas sobre padrões, centrar a atenção no seu modo de pensar na resolução de tarefas específicas sobre padrões ajuda a alargar o conhecimento sobre aquilo que é possível abordar em sala de aula, com crianças em níveis iniciais de escolaridade, contribuindo assim para o conhecimento sobre as tarefas. Brocardo, Delgado, Mendes e Rocha (2006) defendem que as crianças devem ter oportunidade de contactar com experiências algébricas desde a educação de infância, de forma a favorecer um futuro estudo mais formalizado da Álgebra e a contribuir para uma contínua formulação de generalizações. Também Palhares e Mamede (2002) argumentam que os padrões, em particular os de repetição, constituem um tema de grande interesse na educação pré-escolar, na medida em que servirão no futuro de suporte para a aprendizagem da Álgebra. Esta ideia é também partilhada por Vale, Palhares, Cabrita e Borrvalho (2006), que defendem que a aprendizagem da Álgebra deve ser iniciada no jardim-de-infância, com recurso à investigação de padrões que sejam

estimulantes, promovendo a análise e descrição dos mesmos. Por forma a fomentar o desenvolvimento do pensamento algébrico, Vale e Pimentel (2009) argumentam que se impõe trabalhar a álgebra através da resolução de problemas envolvendo padrões, visto que a investigação de padrões é uma estratégia poderosa de resolução de problemas. Vale e Fonseca (2011) consideram que os padrões oferecem aos alunos a oportunidade de desenvolver conhecimentos matemáticos, na medida em que lhes permitem relacionar diferentes conceitos e conteúdos em contextos distintos. Neste sentido, os padrões são um tema imperioso na aquisição de capacidades e processos matemáticos, tais como resolução de problemas, comunicação matemática e raciocínio matemático destacados no Programa de Matemática (DGIDC, 2007) e no documento Princípios e Normas para a Matemática Elementar (NCTM, 2007).

Frobisher e Threlfall (2005) defendem que as crianças, nos primeiros anos de trabalho com padrões, desenvolvem capacidades para descrever, completar e criar padrões, transformar uma expressão escrita numa simbólica, ou vice-versa, prolongar um padrão para resolver problemas, explicar a generalização associada a um padrão e usar os padrões para estabelecer relações. Também Garrick, Threlfall e Orton (2005) argumentam que a exploração de tarefas que envolvem regularidades, em grupo ou individualmente, constituem oportunidades para as crianças serem desafiadas a verbalizar as suas perceções e incentivadas a expor os seus conhecimentos, desenvolvendo assim a comunicação matemática. Sobre este aspeto, Vale e Pimentel (2009) asseguram ser essencial que os alunos sejam incentivados a descrever, por palavras suas, um padrão e a justificar a forma como o continuam ou constroem, com o objetivo de desenvolver a comunicação matemática.

Os padrões podem sugerir abordagens numéricas, visuais e mistas (Orton, 1999). Os alunos devem, desde os primeiros anos de escolaridade, ser encorajados a observar padrões e a representá-los geométrica e numericamente, começando a estabelecer conexões entre a geometria e a aritmética. Para Vale (2012), o ensino precisa de propor tarefas desafiantes que enfatizem compreensão da generalização, através dos seus aspetos numéricos e figurativos, capitalizando a capacidade inata dos alunos de pensar visualmente. A exploração de tarefas de padrões centrada apenas na identificação do que se repete/crece, ou na continuidade dos padrões pode ser limitativa. Contudo, pode constituir um ponto de partida à abordagem dos padrões com crianças pequenas.

Colocando a atenção na atividade de aprendizagem da matemática do aluno mediada por tarefas sobre padrões, este estudo procura perceber como crianças do 2.º ano de escolaridade do Ensino Básico exploram e entendem os padrões de repetição e de crescimento. Para tal, tentou-se encontrar resposta às seguintes questões: 1) Como entendem os alunos tarefas envolvendo padrões, em contexto de sala de aula? 2) Quais as dificuldades e facilidades sentidas pelos alunos na realização das tarefas propostas sobre padrões?

Método

Para perceber como crianças exploram e entendem os padrões, adotou-se uma metodologia de investigação qualitativa, pois segundo Bogdan e Biklen (1994), nesta metodologia, o interesse do investigador recai sobre o processo e não tanto sobre os resultados, dando especial atenção à compreensão dos participantes. Utilizou-se uma abordagem interpretativa com recurso ao estudo de caso descritivo (Yin, 2009) que, de acordo com Yin (2009) e Ponte (1994), possibilita a compreensão em profundidade do “como” e do “porquê” da problemática em estudo, não alterando o contexto em questão, mas antes compreendendo-o.

Participantes

Os participantes foram 6 alunos do 2.º ano do Ensino Básico, de uma turma de 25 alunos de uma escola pública de Braga. Estes 6 alunos foram selecionados pela professora titular da turma, a quem foi solicitado que indicasse 2 alunos competentes na área da Matemática (Maria e Rodrigo); outros 2 alunos razoáveis em Matemática (Ana e Gabriel); e ainda mais 2 alunos (Bárbara e Rui), como tendo mais dificuldades na área da Matemática. Os nomes são fictícios. Segundo a professora da turma, estes alunos não tinham abordado antes o tema Padrões, em sala de aula.

Tarefas

Durante a intervenção foram propostas a todos os alunos da turma tarefas diversificadas, envolvendo a continuação de sequências, a identificação do intruso, a tradução de padrões e ainda a criação de padrões. As tarefas de continuação de sequências envolveram tarefas de padrões de repetição e de crescimento, do tipo numérico e geométrico, em contextos figurativos/visuais. Todavia, a análise aqui apresentada recai apenas sobre os 6 alunos da turma na implementação de 3 tarefas iniciais de continuação de sequências.

Procedimentos

Ao longo de quatro semanas implementou-se uma intervenção de quatro aulas, cada uma com duração média de 120 minutos. A intervenção foi conduzida por uma das investigadoras e autora deste artigo, não tendo sofrido a intervenção da professora titular da turma, que assumiu apenas o papel de observadora não participante. Todas as tarefas foram lidas em voz alta pela investigadora e questões de interpretação foram colocadas para garantir que os alunos entendiam o que lhes era pedido. As tarefas foram resolvidas pelos alunos em pares, sendo que no final de cada uma era efetuada a resolução da mesma no grupo turma, em que todos tinham oportunidade de intervir e colaborar. Em todas as tarefas foi solicitado aos alunos que justificassem as suas respostas, oralmente e/ou por escrito.

Ao longo das aulas foram registadas as intervenções dos alunos, os debates criados, as resoluções das tarefas e as dúvidas colocadas, de modo a identificar as facilidades e os constrangimentos das crianças perante as atividades.

Recolha de dados

A recolha de dados foi efetuada através de gravações com vídeo e fotografias, de anotações escritas do investigador e de registos escritos dos alunos. Esta diversidade procura, assim, assegurar a veracidade e fidelidade dos dados.

Resultados

A análise efetuada foi descritiva e interpretativa debruçando-se em particular sobre as resoluções dos alunos das tarefas propostas. Os resultados aqui apresentados centram-se nos estudos de caso ao longo de das duas primeiras sessões da intervenção, que tiveram lugar com uma semana de intervalo.

A primeira sessão foi iniciada com um diálogo com as crianças, por forma a recolher os seus conhecimentos prévios sobre as sequências. A Maria referiu de imediato que “Uma sequência é um padrão que se repete, é uma repetição de imagens, de números ou de objetos.”. Quando questionados sobre onde podemos encontrar sequências, o Gabriel explicou “Podemos encontrar sequências em muitos sítios. Na rua onde moro, os prédios têm todos um número que é depois do outro.”. Estas respostas sugerem que existe uma noção intuitiva de padrão. Em seguida foram propostas aos alunos duas tarefas para completar sequências, sendo que na primeira se pedia para identificar o grupo que se repete.

Tarefa 1 de continuação de sequências. A Tarefa 1 era composta por 6 questões sobre continuação de sequências de repetição. Os alunos não mostraram grandes dificuldades na resolução das 5 primeiras questões, tendo-a resolvido sem grandes dificuldades nem erros. Contudo, referiram que a última alínea era “mais difícil do que as outras”, havendo mesmo quem a tivesse resolvido com algumas imprecisões, como foi o caso do Gabriel (ver Figura 1), mas também quem a tivesse resolvido corretamente como a Ana explicando “duas bolas brancas e uma preta; uma branca, uma preta e uma branca; uma preta, uma branca e uma branca; etc.”, fazendo a leitura da sequência por triângulos por considerar essa a forma mais fácil de identificar o padrão.

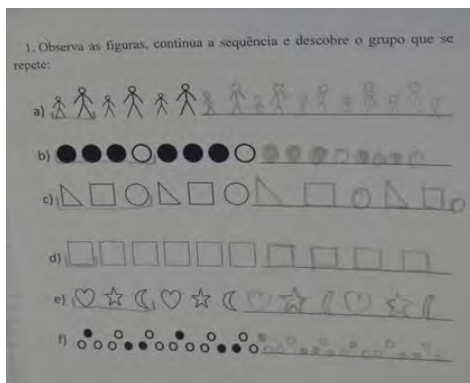


Figura 1. Resolução do Gabriel na Tarefa 1.

A Maria e a Ana participaram imenso por iniciativa própria, mostraram muitas vezes vontade em responder às questões e quando eram solicitadas, respondiam com

correção. Por exemplo, sobre a questão c), a Maria explica que “Vi que o triângulo, o quadrado e o círculo se repetiam e então fiz a sequência sempre assim: triângulo, quadrado e círculo, triângulo, quadrado e círculo...”.

No momento de discussão das suas resoluções, os alunos foram convidados a explicar ao grupo turma como tinham encontrado as suas soluções para as questões propostas. Para tal projetou-se cada uma das questões e os alunos iam explicando como tinham pensado para resolver a tarefa. O Rodrigo explicou à turma como pensou (ver Figura 2) referindo que “Reparei que na primeira imagem, a bolinha preta estava em cima, na segunda imagem rodou para a direita e na terceira imagem voltou a rodar para a esquerda.”, mostrando ter identificado uma lei de construção da sequência proposta. O Rui concluiu o seu argumento, referindo: “Como na imagem a seguir já estava outra vez em cima, descobri que este grupo que se repetia!”.



Figura 2. Resolução do Rodrigo na Tarefa 1.

Os restantes alunos participaram espontaneamente um menor número de vezes nas discussões geradas mas, quando questionados diretamente, a participação era igualmente correta. A Bárbara e o Rui distraíam-se com maior facilidade e interagiam pouco com os restantes colegas.

Ao longo das atividades insistiu-se na explicação dos raciocínios, mas encontraram-se alguns obstáculos porque esta não era uma atividade usual para os alunos. Os alunos com mais dificuldades foram os que apresentaram maiores constrangimentos a este nível. Aliás, foi notória a dificuldade dos alunos no trabalho em pares, como lhes tinha sido sugerido no início da intervenção. As interações entre os alunos na resolução dos problemas foram parcas, percebendo-se algum desconforto delas nessa atividade.

Tarefa 2 de continuação de sequências. A Tarefa 2 tinha 3 questões de sequências de crescimento. A primeira questão envolvia uma sequência de crescimento num contexto figurativo. Apenas o Rodrigo conseguiu realizá-la corretamente na totalidade (ver Figura 3), os restantes alunos entenderam a sequência como sendo de repetição, como aconteceu à Maria (ver Figura 4) ou ao Rui. Sobre a questão a), a Maria descobre que afinal o sinal de menor também aumenta: “Ah! Tinham de ver que o sinal de menor aumenta de

termo para termo por isso temos de continuar a aumentá-lo.”

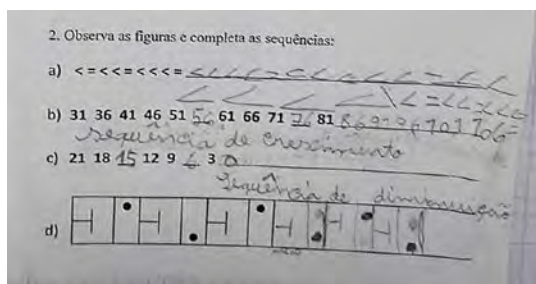


Figura 3. Resolução do Rodrigo na Tarefa 2.

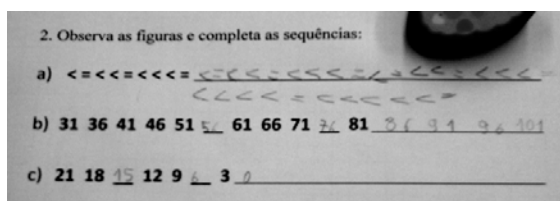


Figura 4. Resolução da Tarefa 2 pela Maria.

As sequências de repetição parecem oferecer menos dúvidas aos alunos, principalmente as geométricas. Em contrapartida, os alunos pareciam sentir mais dificuldade nas sequências numéricas de crescimento porque estas requerem um grau de abstração que, em crianças desta idade, podia ainda não estar adquirido na totalidade, mas também porque é mais difícil descobrir a lei de formação das sequências de crescimento. Os padrões de repetição associam-se ao pensamento sequencial, enquanto os de crescimento se associam ao pensamento relacional. Uma outra causa dos erros observados prende-se com falhas nas operações, pois foi frequente os alunos descobrirem o termo pretendido mas, quando realizavam as operações necessárias para descobrir os termos seguintes, enganavam-se. Esta dificuldade reflete falhas no cálculo, o que é menos preocupante do que se não conseguissem identificar a lei de formação, ou que não reconhecessem uma sequência de crescimento.

Tarefa 3 de continuação de sequências. Esta tarefa envolveu sequências numéricas e tinha duas questões. Na primeira, os alunos tinham de completar a sequência ‘1; 18; 3; 16; 5; 14; ...’ e manifestaram algumas dificuldades em descobrir a regularidade e completar a sequência dada, sendo que apenas dois alunos conseguiram resolver a tarefa sem qualquer ajuda. O Rodrigo e a Maria inicialmente parecem identificar uma lei de formação da sequência, mas no entanto, não são capazes de a continuar corretamente (ver Figura 5).

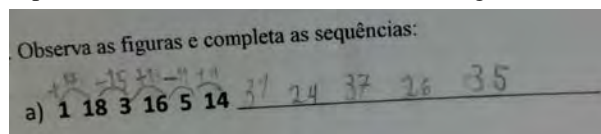


Figura 5. Resolução do Rodrigo.

Ao constatar que os restantes alunos não estavam a conseguir identificar aquela sequência, optou-se por ler os números nela apresentados de forma estratégica,

lendo-os aos pares, de modo a tornar mais claro que a regularidade era mais facilmente descoberta intercalando os termos. Quando se solicitou que explicassem o raciocínio efetuado, conseguiram fazê-lo sem dificuldades, o que mostra que compreenderam bem a sequência proposta. A Figura 6 apresenta a resolução da Ana na tarefa proposta, tendo explicado: “Esta sequência era para ver de 2 em 2. Do 1 saltávamos para o 3 e era mais 2; do 3 passávamos para o 5 e também era mais 2. Então, depois do 5 vinha um 7 porque 5 mais 2 dá 7, depois era o 9, 11, 13, 15 e 17. Do 18 que estava no início, saltávamos para o 16 e era menos 2. Fazíamos sempre menos 2 ao número anterior e deu 14, 12, 10, 8, 6, 4 e 2. Esta foi muito difícil!”

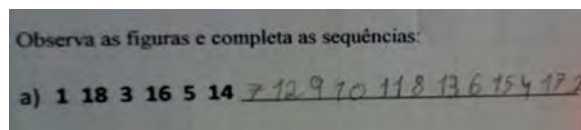


Figura 6. Resolução da Ana.

Também o Rodrigo explicou “olhei para o 1 e para o 18 e depois vi o 3 e o 16. Reparei que do 1 para o 3 vão 2 e do 18 para o 16 também vão 2. Então, pensei que era mais dois e menos dois!”. Também a Bárbara descobriu outra regularidade e estendeu a sua sequência de modo diferente, acrescentando à sequência dada ‘7; 12; 9; 10’. A Maria foi explicar à turma como pensou tendo apresentado também uma resolução correta.

Na segunda questão desta tarefa, os alunos tiveram de continuar uma sequência mais difícil. A maioria conseguiu resolver corretamente a tarefa. Foi notória a persistência dos alunos na descoberta da solução e a atenção por eles atribuída às explicações que iam surgindo. A Maria resolveu corretamente a questão (ver Figura 7) e explicou: “Como na fila de cima era 1, 2 e 3, vi que era sempre mais 1 e escrevi o 4 e o 5. Na fila do meio, repeti o 1 e o 2 porque os primeiros também eram assim. Na fila de baixo, repeti o número da pirâmide anterior e adicionei 1 no número a seguir. Deu 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6 e 7.”

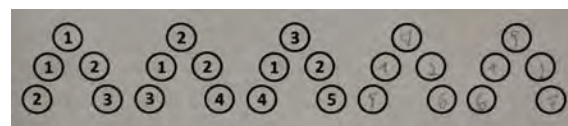


Figura 7. Resolução da Maria.

Globalmente, as tarefas de continuação de sequências propostas foram desafiantes e motivadoras para os alunos, pois eram diferentes de todas as atividades com que estes já tinham contactado. As tarefas propostas aos alunos envolveram atividades complexas, mas pertinentes e adequadas ao nível de escolaridade dos alunos, tendo-lhes dado oportunidade de resolver problemas, estimular o raciocínio e ainda experienciar o desenvolvimento da comunicação. Sobre este último ponto, foi notória a dificuldade dos alunos em descrever e explicar os processos de resolução oralmente, mas

muito mais na forma escrita. Os alunos demonstraram constrangimentos ao nível da comunicação matemática, usualmente não explicavam detalhadamente a forma como interpretavam os problemas, nem como os resolviam. As exposições das várias resoluções foram constantes e bastante exploradas. Progressivamente, as crianças foram escutando com atenção os colegas e procurando compreender as suas resoluções, tentando implementar aquelas que constituíam novidade.

Considerações finais

As tarefas propostas aos alunos facultaram-lhes a oportunidade de desenvolver a capacidade de resolução de problemas, comunicação (oral) e raciocínio matemático. De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (DGIDC, 2007), o desenvolvimento destas capacidades constitui uma componente relevante à aprendizagem matemática.

Em convergência com as ideias de Frobisher e Threlfall (2005), estas crianças desenvolveram capacidades para descrever e completar padrões, prolongá-los para resolver um problema e estabelecer relações, revelando possuir um conhecimento informal e correto sobre as regularidades. As tarefas exploradas neste estudo foram fortemente de observação e continuação de sequências numéricas e geométricas, em contextos figurativos/visuais. Os alunos concretizaram mais facilmente os problemas com padrões geométricos de repetição. As maiores dificuldades sentidas pelos alunos neste processo prenderam-se com a continuação de padrões numéricos de crescimento. A parte do estudo aqui analisada integrou poucas tarefas e poucos alunos, tornando impossível o estabelecimento de generalizações. No entanto, facultam-se indicadores sobre o impacto destas tarefas, permitindo antecipar exemplos adequados a alunos destas idades. Tal como sugerem as orientações curriculares (ver DGIDC, 2007; NCTM, 2007), o trabalho com padrões em sala de aula nos níveis elementares de ensino pode, de facto, proporcionar às crianças oportunidades de desenvolvimento de capacidades fundamentais. Resta incentivar os professores destes anos iniciais de escolaridade à integração de tarefas desta natureza nas suas práticas de ensino da matemática.

Referências

- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Brocardo, J., Delgado, C., Mendes, F., Roca, I. & Serrazina, L. (2006). Números e Álgebra: Desenvolvimento curricular. In Isabel Vale, Teresa Pimentel, Ana Barbosa, Lina Fonseca, Leonor Santos & Paula Canavarró (Orgs.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores*, pp. 65-92. Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- DGIDC (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular - Ministério da Educação.
- Frobisher, L. & Threlfall, J. (2005). Teaching and Assessing Patterns in Number in the Primary Years. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*, pp. 84-103. London: Cassel.
- Garrick, R., Threlfall, J. & Orton, A. (2005). Pattern in the Nursery. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*, pp. 1-17. London: Cassel.
- National Council Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Palhares, P. & Mamede, E. (2002). Os Padrões na Matemática do Pré-escolar. *Educare/Educere*, 10(2), 115-131.
- Ponte, J. P. (1994). O Estudo de Caso na Investigação em Educação Matemática. *Quadrante*, 3(1), pp.3-18.
- Orton, A. (1999). Children's Perception of Patterns in Relation to Shape. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*, pp.149-167. London: Cassell.
- Threlfall, J. (2005). Repeating Patterns in the Early Primary Years. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*, pp. 18-30. London: Continuum.
- Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de matemática: Um desafio para professores e alunos. *Interações*, 20, 181-207.
- Vale, I. & Fonseca, L. (2011). Patterns tasks with geometric transformation in elementary teacher's training: some examples, *Journal of the European Teacher Education Network*, vol. 6, 76-86.
- Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I. & Borralho, A. (2006). Os Padrões no ensino e Aprendizagem da Álgebra. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarró (Orgs.), *Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores*, pp. 193-211. Lisboa: Secção de Educação Matemática – Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- Vale, I. & Pimentel, T. (2009). *Padrões no Ensino e Aprendizagem da Matemática – Propostas Curriculares para o Ensino Básico*. Viana do Castelo: ESE- Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projecto Padrões.
- Yin, R. K. (2009). *Case Study research: Design and methods* (4th Ed.). Newbury Park: CA: Sage.
- Zazkis, R. & Liljedahl, P. (2012). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379-402.