REVISTA DE ESTUDIOS E INVESTIGACIÓN EN PSICOLOGÍA Y EDUCACIÓN
eISSN: 2386-7418, 2017, Vol. Extr., No. 01
DOI: https://doi.org/10.17979/reipe.2017.0.01.2191

Resolução de problemas de Programação Linear: um estudo no ensino profissional

Problem solving in linear programming: a study in a vocational course

Ana Babo*, Helena Rocha**
* Escola Básica e Secundária de Santa Maria, ** Universidade NOVA de Lisboa

Resumo

O desenvolvimento de aprendizagens significativas torna-se possível quando os alunos se envolvem ativamente na resolução de problemas reais. Assim, este estudo pretende averiguar como alunos do 11.º ano do ensino profissional resolvem problemas de Programação Linear, com recurso à calculadora gráfica. As conclusões alcançadas indicam que: a interpretação das condições dos problemas é o aspeto mais delicado; a abordagem gráfica com recurso à tecnologia é a abordagem adotada; e as dificuldades suscitadas pelo problema bem como a necessidade de discutir os resultados alcançados são a base para as interações tanto entre os alunos, como entre estes e a professora.
Palavras-chave: programação linear, resolução de problemas, calculadora gráfica

Abstract

The development of meaningful learning becomes possible when students are actively involved in solving real problems. Thus, this study intends to investigate how students of the 11th grade of a vocational course solve problems of Linear Programming, using the graphing calculator. The conclusions reached indicate that: the interpretation of the conditions of the problems is the most delicate point; the graphical approach using technology is dominant; and the difficulties raised by the problem as well as the need to discuss the results achieved are the basis for the interactions both among the students and between them and the teacher.
Keywords: Linear programing, problem solving, graphing calculator.

Introdução

Despertar a curiosidade dos alunos e motivá-los para a aprendizagem é uma tarefa exigente e complexa. Com efeito, como refere Melo (2012), promover aprendizagens significativas exige o empenho e a determinação dos envolvidos. É necessário o envolvimento em experiências que vão para além de ouvir o professor e resolver exercícios. Como realça Ponte (2002), é necessário que os alunos tenham oportunidade de explorar, investigar e resolver problemas, comunicando e discutindo em torno de ideias matemáticas, pois aprender requer um envolvimento cognitivo, afetivo e reflexivo. Pólya (1957) defende mesmo que só através da resolução de problemas não rotineiros, os alunos podem desenvolver as suas capacidades. Por seu turno Onuchic (2013) enfatiza esta ideia, destacando a importância, ao nível da cidadania, da competência de analisar um problema tomando as decisões fundamentais à sua resolução.

A Programação Linear é uma área centrada na resolução de problemas, onde as situações da realidade assumem um papel importante e onde são comuns as conexões com diferentes temas suscetíveis de despertar o interesse dos alunos. No entanto, a resolução de problemas é frequentemente considerada uma tarefa difícil pelos alunos. Como tal, neste estudo pretendemos analisar a forma como alunos do 11.º ano do ensino profissional resolvem problemas de Programação Linear. Mais especificamente, pretende-se analisar e compreender:

i) Como é que os alunos analisam e interpretam o enunciado de problemas de Programação Linear;

ii) Quais as estratégias adotadas pelos alunos na resolução de problemas de Programação Linear;

iii) Como é que os alunos utilizam a calculadora gráfica na resolução de problemas de Programação Linear;

iv) Como interagem os alunos entre si e com a professora na resolução de problemas de Programação Linear.

Resolução de problemas e Programação Linear

Desde Platão, pelo menos, que se considera que, estudando matemática, se melhora as capacidades de pensar, raciocinar e resolver problemas e, de um certo modo, a introdução da resolução de problemas nos currículos foi uma forma de conseguir que os alunos estudassem matemática e desenvolvessem o poder de raciocinar (Stanic & Kilpatrick, 1989). Estudar matemática através da resolução de problemas, tornando-a mais real, desenvolve a criatividade, o espírito crítico, a interação e a autonomia dos alunos e propicia a formação de cidadãos capazes de responder à vida em sociedade (Melo, 2012).

A APM – Associação de Professores de Matemática (1988) defende que é importante que a atividade dos alunos não se reduza a encontrar a solução do problema e afirma que os alunos começam a fazer matemática quando tentam responder a um conjunto de questões

Correspondência: Ana Babo, ae.anab@gmail.com
Selección y peer-review bajo responsabilidad del Comité Organizador del XIV Congreso Internacional Galego-Portugués de Psicopedagogía

relacionadas com a estratégia a adotar e com a necessidade de reformular o problema. Menciona ainda que o processo de resolução de problemas é um processo duradouro que valoriza o processo de aprendizagem e não apenas o produto final e que merece especial destaque nas atividades curriculares de matemática. O Ministério da Educação (2004) considera que a modelação e a resolução de problemas privilegiam a construção de conceitos matemáticos e são uma competência a incrementar, importante para os alunos que frequentam os cursos profissionais, na medida em que estes terão de saber determinar as ferramentas matemáticas adequadas a cada situação da sua vida profissional.

A Programação Linear é uma ferramenta indispensável para a resolução de problemas de decisão (Barros, Pereira & Teixeira, 2010) e um conteúdo com o qual se pode estabelecer conexões com temas como as *Aplicações e Modelação Matemática*, a *Resolução de Problemas e Atividades Investigativas* e a *Tecnologia e Matemática*, aproximando a Matemática da realidade e motivando a descoberta, a investigação, a autonomia e a criatividade (Melo, 2012). A sua abordagem é importante para que os alunos se familiarizem com situações de gestão do dia a dia e para que possam desenvolver competências com o objetivo de tomar decisões corretas em termos de gestão e planeamento (Neves, 2011).

A tecnologia e o ensino da Matemática

Numa sociedade em constante mudança, em que o desenvolvimento científico e tecnológico exige uma nova postura da escola na formação de alunos como cidadãos críticos, ativos, responsáveis e esclarecidos (Silva & Seixas, 2010), torna-se fundamental a implementação de estratégias de ensino que valorizem as novas tecnologias. A principal razão para a utilização de novas tecnologias tem a ver com o facto de estas proporcionarem a criação de contextos de aprendizagem ricos e estimulantes, desenvolverem a curiosidade e a criatividade, promovendo a confiança e a autonomia, o espírito de tolerância e compreensão e possibilitando aprendizagens matemáticas mais ativas, que privilegiem a discussão e a comunicação matemática (Paiva, 2008). De acordo com o Ministério de Educação (2004, p. 50), “a resolução de problemas, com apoio fundamentado e crítico da tecnologia, mantém-se como centro de toda a motivação para a matemática em cada atividade”. Face às potencialidades da calculadora gráfica, deve ser dada uma especial relevância à sua utilização de modo a estimular nos alunos o desenvolvimento de competências científicas e sociais (Silva & Seixas, 2010).

No programa de matemática para os cursos profissionais, é destacada a obrigatoriedade do uso de calculadoras gráficas como ferramentas essenciais (Ministério da Educação, 2004). Entre várias potencialidades, a calculadora gráfica proporciona oportunidades de aprofundar conteúdos matemáticos (Ponte & Canavarro, 1997; Silva & Seixas, 2010), permite que os alunos participem ativamente no processo de ensino-aprendizagem, propicia a partilha de ideias (Ponte & Canavarro, 1997), proporciona momentos de discussão (Gracias & Borba, 2000; Ponte & Canavarro, 1997) e permite a modelação de situações reais (Ponte & Canavarro, 1997; Rocha, 2011).

A calculadora gráfica precisa, no entanto, de ser utilizada de forma adequada, para que todas as suas potencialidades sejam aproveitadas e para que os alunos desenvolvam espírito crítico e autonomia na resolução de problemas e na descoberta de conceitos matemáticos (Ponte & Canavarro, 1997).

Metodologia

Visto que se pretendia analisar uma situação específica e bem delimitada e conhecer como a realidade é vista pelos alunos intervenientes, a metodologia adotada foi de caráter qualitativo e interpretativo, privilegiando-se o estudo de caso.

A recolha de dados baseou-se na observação das aulas, na recolha das resoluções efetuadas pelos alunos, nas notas de campo elaboradas pela investigadora e num questionário realizado no final do estudo. Foi ainda efetuado um registo áudio das aulas observadas.

Os participantes no estudo foram três pares de alunos com diferentes níveis de desempenho e diferentes níveis de interesse pela disciplina. Os alunos escolhidos foram designados par AB, par CD e par EF, sendo o par AB aquele que tem melhor nível de desempenho e interesse pela disciplina e o par EF o que revela mais dificuldades na compreensão e aplicação de conhecimentos matemáticos e menos interesse em relação à disciplina. Contudo aqui será privilegiada a apresentação de elementos relativamente aos pares AB e EF.

O estudo incidiu na análise detalhada da resolução de três tarefas: 1A, 1B e 2.

Os problemas apresentados refletiam situações ligadas à realidade da ilha dos Açores onde os alunos vivem e foram trabalhados no âmbito do estudo da Programação Linear, surgindo no contexto do programa da disciplina.

Resultados

Os alunos tiveram o primeiro contacto com os problemas de Programação Linear com a tarefa 1A. Pretendia-se que estes, através das suas próprias estratégias de resolução, encontrassem a solução do problema proposto (ver Figura 1).

A D. Maria produz dois tipos de doces: biscoitos de orelha e cavacas. Cada quilograma de cavacas dá um lucro de 5 € e cada quilograma de biscoitos de orelha dá um lucro de 7 €. Relativamente aos produtos necessários à confeção dos doces, a D. Maria só tem limitações em dois: dispõe apenas de 10 kg de açúcar e de 6 kg de farinha.

Sabe-se que:

- Cada quilograma de cavacas leva 0,4 kg de açúcar e 0,2 kg de farinha.
- Cada quilograma de biscoitos de orelha leva 0,2 kg de açúcar e 0,3 kg de farinha

Quantos quilogramas de cavacas e quantos quilogramas de biscoitos de orelha deve a D. Maria fabricar para ter o maior lucro possível? Determina o valor desse lucro.

Figura 1. Tarefa 1A

O par AB foi o único que leu atentamente o enunciado, retirou e organizou os dados do problema e teve em consideração as quantidades disponíveis de açúcar e de farinha. Os outros alunos apresentaram dificuldades na sua compreensão e precisaram do apoio da professora.

Todos optaram pela estratégia de tentativa e erro. Na procura das quantidades de cavacas e de biscoitos de orelha a confecionar de forma a obter o lucro máximo, os alunos do par AB preocuparam-se, inicialmente, em encontrar as quantidades de cavacas e de biscoitos de orelha a confecionar de forma a utilizar todo o açúcar disponível e, só depois, verificaram se a quantidade de farinha necessária era inferior ou igual à disponível. Como aferiram que a quantidade de farinha necessária era superior à quantidade disponível, diminuíram a quantidade de doçaria a confecionar, tendo a preocupação de que as quantidades de farinha e de açúcar a utilizar não fossem superiores às quantidades disponíveis. Os alunos do par EF preocuparam-se, inicialmente, em encontrar uma solução que envolvesse quantidades iguais de biscoitos de orelha e de cavacas e que utilizasse a quantidade total de farinha disponível. Após encontrarem uma solução nestas condições, foram verificar qual a quantidade de açúcar necessária à sua confeção. Como verificaram que a quantidade de açúcar era superior à quantidade disponível, optaram por procurar outras soluções, tendo a preocupação de que as quantidades de farinha e de açúcar a utilizar não fossem superiores às quantidades disponíveis e que a produção de biscoitos de orelha fosse superior à produção das cavacas. O lucro foi calculado no final das várias tentativas, depois de terem encontrado uma possível solução.

A tarefa 1B consiste numa orientação para a resolução do problema da tarefa 1A. Pretendeu-se assim introduzir o método de resolução de problemas de Programação Linear. A tarefa pressupunha que os alunos resolvessem as etapas propostas para encontrarem a solução ótima. Depois do preenchimento de quadros idênticos ao da figura 2 mas para casos concretos, pedia o preenchimento do quadro no caso geral. Posteriormente procurava orientar a escrita das condições a impor, pedindo depois uma representação geométrica e o cálculo das coordenadas dos vértices do polígono obtido. Depois era pedida a expressão da função lucro, o seu valor nos vértices do polígono e posteriormente uma análise de todos os elementos tendo em vista a resolução do problema.

		Quantidade açúcar (Kg)	Quantidade farinha (Kg)	Lucro
Quantidade de cavacas (Kg)	x			
Quantidade de biscoitos de orelha (Kg)	y			
Total				

Figura 2. Um dos quadros da tarefa 1B

Nesta tarefa todos os alunos sentiram dificuldades na passagem do concreto para o geral. O diálogo transcrito de seguida evidencia as dificuldades que os alunos do par AB demonstraram no preenchimento da tabela da figura 2:

Aluno B: Agora aqui tem x e y...

Aluno A: Percebeste esta parte?

Aluno B: Esta parte não…

Aluno A: Professora… aqui agora tem x e y...

Professora: Como é que chegaram ao 0,8? [referindo-se à quantidade de açúcar necessária para confecionar 2 kg de cavacas que os alunos tinham acabado de calcular no último caso concreto]

Aluno A: Ah! Ok… vai dar x vezes 0,4 que dá 0,4x.

Aluno B: Então aqui fica 0,2x e aqui 0,2x também.

Aluno A: 0,2y! Não é?

Aluno B: Sim. E aqui 0,3y.

Aluno A: Então vai-nos dar um lucro de 5x e 7y.

Aluno B: Espera aí… temos agora de fazer as contas [referindo-se à soma para completar a terceira linha da tabela]

Aluno A: Professora… aqui como é que a gente faz? Tem x e y...

Professora: Como os termos não são semelhantes, fica a expressão…

Aluno A: Ah! Ok! Então fica $0,4x + 0,2y$.

Aluno B: E agora aqui fica $0,2x + 0,3y$ e aqui $5x + 7y$.

A escrita das expressões algébricas na calculadora e a procura de uma janela de visualização adequada foram também dificuldades apresentadas pelos alunos. Os alunos do par AB, por exemplo, introduziram, na calculadora gráfica, a expressão analítica de cada função entre parênteses e só após um diálogo e a confirmação da professora, colocaram os parênteses apenas nos numeradores das expressões analíticas das funções:

Aluno B: As retas…

Aluno A: Temos de fazer as retas, não é?

Aluno B: Penso que é…

Aluno A: Liga essa coisa [referindo-se à calculadora gráfica].

Aluno B: Temos de colocar $6 – 0,2x$.

Aluno A: Entre parênteses! Abre parênteses, $6 – 0,2x$, dividir por 0,3, fecha parênteses, *enter*.

Aluno B: Mas não é tudo dentro de parênteses…

Aluno A: Não?

Aluno B: Quando fazes dividir não é…

Aluno A: Professora… quando fica a dividir, os parênteses fica em tudo, não é?

Aluno B: Não é fechar parênteses e depois dividir?

Professora: Sim, parênteses só no numerador.

Aluno B: Ok. Então abre parênteses, 6 – 0,2*x*, fecha parênteses, dividir por 0,3, *enter*.

Aluno A: E agora abre parênteses, 10 – 0,4*x*, fecha parênteses, dividir por 0,2, *enter*. Agora gráfico!

Na janela de visualização, estes alunos utilizaram –20 para os valores mínimos de *x* e de *y* e 20 para os valores máximos. Como não conseguiram visualizar a região admissível, ajustaram o campo de visão alterando os valores mínimos para –60 e os valores máximos para 60, não tendo em consideração que tanto o *x* como o *y* tomam apenas valores positivos ou nulos:

Aluno A: A gente diminuiu isto… aumentou o número, mas ficou assim.

Professora: Vamos tentar encontrar uma janela melhor.

Aluno 1: Estava –20, 20 e nós colocamos –60, 60.

Professora: Está bom, mas vamos encontrar uma melhor.

A professora sugeriu que alterassem novamente a janela para que se conseguisse visualizar com mais detalhe a região admissível. Os alunos ajustaram então os valores mínimos para –20, o valor de *x* máximo para 40 e de *y* máximo para 60, conseguindo assim uma visualização aceitável.

Com a tarefa 2 (ver Figura 3) pretendia-se confrontar os alunos com um novo problema de Programação Linear, para permitir a análise das suas resoluções.

> O José tem uma loja de desporto e precisa de comprar bolas de andebol para vender ao Clube Desportivo "Os Marienses".
>
> Num armazém que vende produtos da marca branca SOL encontrou o seguinte cartaz:
>
> > Em bolas de andebol, pague APENAS:
> > *12 € por cada bola de marca oficial**
> > *8 € por cada bola da marca SOL*
> > *promoção válida em compras superiores a 10 bolas de andebol da marca oficial
>
> O José quer aproveitar esta promoção mas na mala do carro cabem apenas 45 bolas e o número de bolas da marca SOL deve ser inferior ou igual ao dobro do número de bolas de marca oficial.
>
> Depois de analisar os preços praticados nas lojas concorrentes, o José pretende vender cada bola de marca oficial a 14 € e cada uma das bolas da marca SOL por 11 €.
>
> Sabendo que o José pretende maximizar o lucro, *L*, na venda das bolas, determina o número de bolas de cada marca que o José deve comprar.

Figura 3. Tarefa 2

Na resolução desta tarefa todos os alunos adotaram o método que seguiram na tarefa 1B, isto é, definiram as variáveis, definiram a região admissível por um sistema de inequações lineares e, com a ajuda da calculadora gráfica, representaram as funções graficamente e determinaram as coordenadas dos vértices do polígono. Posteriormente, para encontrar a solução ótima, calcularam o valor da função objetivo em cada um dos vértices determinados, privilegiando, neste caso, o método analítico e a utilização da calculadora gráfica para efetuar cálculos.

Calcular o lucro obtido em cada marca de bola e definir as restrições do problema foram as maiores dificuldades sentidas. Os alunos do par EF revelaram bastantes dificuldades na interpretação do enunciado que só conseguiram ultrapassar com a ajuda da professora. Começaram por tentar definir as variáveis e escrever as restrições do problema:

Aluno F: Isto é parecido ao outro que fizemos. Aqui o 45. Depois o número de bolas da marca SOL deve ser inferior ou igual ao dobro do número de bolas de marca oficial… Acho que devemos ter de fazer as condições.

Aluna E: Mas primeiro temos de definir o *x* e o *y*.

Aluno F: Na mala do carro só cabem 45 bolas.

Aluna E: Vamos fazer uma tabela. É o mais difícil, o resto é fácil.

Aluno F: Pois, é assim: marca oficial, marca SOL. Professora, podia vir aqui? Aqui se forem 10 bolas são 12 €, não é?

Professora: Porque é que são 10?

Aluno F: Aqui diz 10…

Professora: Não. Atenção que o que diz é que a promoção só é válida para compras superiores a 10 bolas!

Estes alunos nem sempre conseguiram utilizar e transpor os conteúdos estudados em contexto de sala de aula para situações semelhantes.

Aluno F: Professora estamos com dúvidas aqui [apontando].

Professora: O número de bolas da marca SOL deve ser inferior ou igual ao dobro do número de bolas de marca oficial. Ok… como escrevemos em linguagem matemática? Já definiram as variáveis? O que representa *x*? E *y*?

Aluno F: …

Professora: Como é que querem escrever se ainda não definiram as variáveis?

Aluno F: Ok… Não é assim?

Professora: Quanto custa cada bola da marca oficial?

Aluno F: …

Professora: Qual é o preço de cada bola?

Aluno F: Doze.

Professora: A que valor é que quer vender cada bola?

Aluno F: Catorze.

Professora: Então quanto é o lucro?

Aluna E: Dois euros.

Aluno F: Então fica 2*x*.

Professora: Agora as outras… se ele vai comprar a 8 e vender a 11, quanto é que é o lucro?

Aluno F: Três.

Os alunos organizaram, de seguida, a informação retirada do enunciado e começaram a registar as restrições do problema. Verificou-se, uma vez mais, dificuldades na tradução do que leram no enunciado para linguagem matemática, o que compromete toda a resolução da tarefa:

Professora: Ele só pode beneficiar desta promoção se comprar mais de 10 bolas de marca oficial. Como se escreve isto agora?

Aluna E: $x > 10$.

Professora: O número de bolas da marca SOL deve ser inferior ou igual ao dobro do número de bolas de marca oficial. Como se escreve em linguagem matemática?

Aluno F: …

Professora: Qual é o número de bolas da marca SOL?

Aluno F: x… não, 45.

Professora: Número de bolas da marca SOL?

Aluno F: y.

Professora: Então escrevam…

Aluno F: y menor ou igual a $2x$.

Todos os alunos, autonomamente, definiram as variáveis, representaram as funções graficamente, determinaram as coordenadas dos vértices do polígono da região admissível utilizando a calculadora gráfica, e calcularam o valor da função lucro em cada um dos vértices da região admissível.

Na resolução das tarefas, todos os alunos aplicaram o que foi trabalhado em aulas anteriores e privilegiaram o uso da calculadora gráfica. Utilizaram a calculadora gráfica para efetuar cálculos aritméticos, para representar as funções graficamente e para determinar as coordenadas dos vértices da região admissível. Apenas os alunos do par AB conseguiram retirar a informação necessária dos problemas, explicar o raciocínio efetuado e apresentar algum rigor matemático.

Conclusões

Os resultados deste estudo permitem concluir que os alunos nem sempre conseguem interpretar e aplicar estratégias relacionando os elementos presentes no enunciado. Verificou-se que o aspeto mais delicado diz respeito precisamente à interpretação e, consequentemente, à escrita em linguagem matemática das condições dos problemas propostos.

Relativamente às estratégias adotadas pelos alunos na resolução de problemas de Programação Linear verificou-se que todos os alunos resolveram a tarefa 1A através da estratégia de tentativa e erro, não sendo marcante, para a forma como o fizeram, o nível de conhecimentos dos alunos. Os alunos começaram por abordar o problema determinando o lucro obtido em cada tipo de doçaria, mas, a certa altura, perdem o foco de olhar para o lucro, e procuram apenas soluções possíveis, preocupando-se, essencialmente, com as restrições do problema, isto é, procuram encontrar soluções (quantidades de cavacas e de biscoitos de orelha a confecionar) em que as quantidades de açúcar e de farinha a utilizar não ultrapassem as quantidades disponíveis. O lucro é calculado depois de encontrarem uma possível solução, no final das várias tentativas, sem que seja visível qualquer estratégia para assegurar que essa é a melhor solução.

É interessante notar que os alunos que revelam mais dificuldades na compreensão e aplicação de conhecimentos matemáticos e menos interesse pela disciplina desenvolveram raciocínios mais concretos na resolução da tarefa 1A, apresentando mais sucesso nesta. Na resolução das tarefas 1B e 2, os alunos distanciaram-se da realidade e preocuparam-se, sobretudo, em resolvê-las matematicamente.

Verificou-se que todos os alunos optaram por escolher uma abordagem em que privilegiaram o uso da calculadora gráfica, sendo esta uma ferramenta de apoio ao trabalho desenvolvido. Os alunos utilizaram a calculadora gráfica para efetuar cálculos, para elaborar gráficos e para determinar as coordenadas dos vértices da região admissível. Sentiram alguma dificuldade na escrita das expressões analíticas das funções e observou-se também pouca sensibilidade relativamente aos valores inseridos na janela de visualização, visto que, por exemplo, não tiveram em conta que as variáveis tomam apenas valores positivos ou nulos.

Com a resolução das tarefas em pares, verificou-se que os alunos trocaram conhecimentos, assumindo uma postura de diálogo e de discussão. Souberam ouvir e questionar o colega de trabalho com o intuito de se entreajudarem, de aprenderem e de realizarem a tarefa proposta.

Ao longo da resolução das tarefas, os alunos solicitaram a professora sempre que surgiram dúvidas e para confirmar resultados e raciocínios. A professora procurou orientar e auxiliar os alunos, esclarecendo dúvidas para que estes pudessem progredir nas suas resoluções e averiguando sobre a exatidão do seu trabalho. A professora utilizou o questionamento para incentivar, para corrigir alguns erros, para fomentar a reflexão e também para que os alunos construíssem o seu próprio conhecimento.

Referências

APM (1988). Renovação do currículo de Matemática. Lisboa: APM.

Barros, P.M., Pereira, A. I., & Teixeira, A. P. (2010). À descoberta de software para explorar a programação linear no ensino secundário. In A. Breda, A. F. Mota, A. Monteiro, A. Martins, D. Fernandes, E. Nolasco, G. Barbosa, J. Carvalho e Silva, L. Costa, M. B. Pereira, M. T. Santos, T. B. Neto, T. Castanhola & Y. Catarino (Org.), Atas do ProfMat 2010. Lisboa: APM.

Gracias, T. S. & Borba, M. C. (2000). Explorando possibilidades e potenciais limitações de calculadoras gráficas. Educação e matemática, 56, 35-39.

Melo, J. N. B. (2012). Uma proposta de ensino e aprendizagem de programação linear no ensino médio. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

Ministério da Educação (2004). Matemática, Cursos Profissionais de Nível Secundário. Lisboa: ME.

Neves, J. F. M. (2011). A programação linear no ensino secundário. Dissertação de mestrado, Universidade de Aveiro, Portugal.

Onuchic, L. R. (2013). A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? Revista Espaço Pedagógico, 20 (1), 88-104.

Paiva, S. M. A. (2008). A programação linear no ensino secundário. Dissertação de mestrado, Universidade Portucalense Infante D. Henrique, Portugal.

Pólya, G. (1957). How to solve it: A new aspect of the mathematical method. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Ponte, J. P. (2002). O ensino da matemática em Portugal: Uma prioridade educativa? (Conferência realizada no Seminário sobre “O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas”, promovido pelo Conselho Nacional de Educação, em Lisboa, no dia 28 de Novembro de 2002).

Ponte, J. P., & Canavarro, P. (1997). Matemática e novas tecnologias. Lisboa: Universidade Aberta.

Rocha, H. (2011). A calculadora gráfica e a utilização que dela fazemos. Educação e Matemática, 112, 41-42.

Silva, D., & Seixas, S. (2010). As competências que a calculadora gráfica promove no ensino-aprendizagem da matemática: um estudo de caso numa turma do 11.º ano. Interações, 15, 141-172.

Stanic, G. M. A., & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), The teaching and assessing of mathematical problem solving (pp. 1-22). Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum.